

## Nehezebb, plusz pontért beadható feladatok

Minden helyes megoldás egy ponttal növeli az átlagot, amit a három zh (ill. esetleg pót- vagy pótpótzh) eredményéből számolunk. Ezekkel a feladatokkal csak akkor lehet az átlagot növelni, ha mindegyik zh sikeres.

Beadási határidő feladatonként eltérő, a megoldásokat vagy emailben, pdf-ben vagy papíron személyesen lehet beadni. (A tanszéki adminisztrációban ott lehet hagyni a nevemre.)

Néhány feladat megoldása (némi keresgélés után) megtalálható az interneten, de az csalás, ha onnan nézik ki, kérem ne tegyék ezt.

1. Igazolja, hogy az  $L = \{b_1b_2 \cdots b_{2n} \mid b_1 = \cdots = b_n = 0, b_{n+1} = \cdots = b_{2n} = 1, n \geq 1\} \subset \{0, 1\}^*$  nyelv *nem reguláris!*

**Beadható: szeptember 21., az előadás kezdetéig**

2. Legyen  $\Sigma = \{a, b\}$  és az  $L_k \subset \Sigma^*$  nyelv álljon az olyan legalább  $k$  hosszú szavakból, melyekben hátulról számítva a  $k$ -edik karakter  $b$ .

Mutassa meg, hogy minden, az  $L_k$  nyelvet elfogadó determinisztikus véges automatának legalább  $2^k$  állapota van!

**Beadható: szeptember 21., az előadás kezdetéig**

3. Legyen  $L$  egy  $\Sigma$  ábécé feletti nyelv. Jelöljük  $L^{\frac{1}{2}}$ -del az alábbi nyelvet:  
 $L^{\frac{1}{2}} = \{x \in \Sigma^* \mid \text{létezik olyan } y \in \Sigma^*, \text{ hogy } |x| = |y| \text{ és } xy \in L\}$ .

Igaz-e, hogy ha  $L$  reguláris, akkor  $L^{\frac{1}{2}}$  is reguláris?

**Beadható: október 5., az előadás kezdetéig**

4. Adjon CF nyelvtant az alábbi nyelvre:  $\{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ nem } ww \text{ alakú}\}$ .

**Beadható: október 19., az előadás kezdetéig**

5. Adjon (bármilyen) generatív nyelvtant az alábbi nyelvre:  
 $\{0^{F(n)} \mid n \geq 1 \text{ és } F(n) \text{ az } n\text{-edik Fibonacci-számot jelöli}\}$

**Beadható: október 19., az előadás kezdetéig**

6. Mutassa meg, hogy ha  $L_1$  környezetfüggetlen és  $L_2$  reguláris nyelv, akkor  $L_1 \cap L_2$  mindig környezetfüggetlen.

**Beadható: november 2., az előadás kezdetéig**

7. Vegyük a következő nyelvtant, ahol az *if*, *then* és *else* egy-egy terminális szimbólumnak tekintendő

$$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S \mid a$$

$$E \rightarrow b$$

Adjon a generált nyelvre egy egyértelmű nyelvtant!

**Beadható: november 23., az előadás elejéig**

8. Legyen  $M$  egy olyan egyszalagos, determinisztikus Turing-gép, aminek minden szabálya olyan, hogy a fej vagy jobbra lép vagy helyben marad. Bizonyítsa be, hogy ekkor  $L(M)$  reguláris nyelv.

**Beadható: november 30., az előadás kezdetéig**

9. Definiáljuk a korlátlan-sok-szalagú Turing-gépet a következőképpen: Véges sok állapota van, de megszámlálhatóan végtelen sok szalagja van. Kezdetben az 1. szalagon van a bemenet, a többi szalag üres jelekkel van feltöltve. A gép átmenetei csak a következő alakúak lehetnek:

$$\delta(q, a_1, \dots, a_s) = (p, b_1, \dots, b_n, D_1, \dots, D_m),$$

ahol  $s, n, m$  egész számok. Egy ilyen átmenet azt jelenti, hogy ha a gép aktuális állapota  $q$ , az olvasott karakter az első  $s$  szalagon rendre  $a_1, \dots, a_s$ , az összes többin pedig az üres jel, akkor az új állapot a  $p$  lesz, az  $i$ -edik ( $1 \leq i \leq n$ ) szalagra  $b_i$  karaktert ír, a többi szalagra nem ír, a  $j$ -edik ( $1 \leq j \leq m$ ) szalagon  $D_j$  irányban mozdul a fej, a többi szalagon a fej nem mozdul. Egy ilyen Turing-gépnek megszámlálhatóan végtelen sok szabálya lehet.

Igazolja, hogy minden  $L \subseteq \{0, 1\}^*$  nyelvhez van olyan  $M$  korlátlan-sok-szalagú Turing-gép, melyre  $L(M) = L$ .

**Beadható: november 30., az előadás kezdetéig**

10. Bizonyítsa be, hogy ha  $L \in P$ , akkor  $L^* \in P$  is igaz.

**Beadható: december 7., az előadás kezdetéig**