

4. Megkülönböztethetőség, pumpálás, reguláris kifejezések

1. Legyen $\Sigma = \{a, b\}$ az ábécé és $L \subseteq \Sigma^*$ egy nyelv. Az L nyelvről csak annyit tudunk, hogy ε és a L -lél nem megkülönböztethető, a és bb L -lél nem megkülönböztethető, bab és ba L -lél nem megkülönböztethető, továbbá

$$\varepsilon \notin L, \quad b \in L, \quad ba \notin L, \quad baba \in L.$$

Hogy nézhetnek ki azok a determinisztikus véges automaták, amelyek a lehető legkevesebb állapottal rendelkeznek és egy, a feltételeknek megfelelő L nyelvet fogadnak el?

2. A pumpálási lemma segítségével igazolja, hogy az alábbi nyelvek nem regulárisak!

a) $\{a^m b^n : 1 \leq m \leq n \leq 2m\}$

b) $\{0^n! : n \geq 1\}$

3. Legyen $\Sigma = \{0, 1\}$ és

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{van olyan } y, z \in \Sigma^*, \text{ hogy } |y| = |z| \text{ és } w = y0z\}.$$

A pumpálási lemma segítségével igazolja, hogy L nem reguláris nyelv!

4. Legyen $L = \{a^i b^j c^k : i > j \geq 0, \quad i > k \geq 0\}$. A pumpálási lemma segítségével igazolja, hogy ez az L nyelv nem reguláris nyelv!
5. Adjon a $(0+1)^*01(0+1)^* + 1^*0^*$ reguláris kifejezés által meghatározott nyelvre egy egyszerűbb reguláris kifejezést!
6. Adja meg az $L \subseteq \{a, b\}^*$ nyelvet reguláris kifejezéssel, ha
- L a páratlan hosszú szavakból áll.
 - L az olyan szavakból áll, melyekben van két egymás utáni b .
 - L az olyan páratlan hosszú szavakból áll, melyekben van két egymás utáni b .
7. Álljon az L nyelv $\{a, b\}^*$ azon szavaiból, amelyekben mindegyik a -blokk páratlan hosszú. (Pl. $aaa \in L$, $bbabaaaaab \in L$, $baabaaaaab \notin L$.) Adja meg a nyelvet reguláris kifejezéssel!
8. Tudjuk, hogy az $L_1, L_2, L_3 \subseteq \{0, 1\}^*$ nyelvek közül L_1 és L_3 reguláris. Következik-e ebből, hogy L_2 is reguláris, ha
- $L_3 = L_1 \cap L_2$?
 - $L_3 = L_1 \cup L_2$?
 - $L_3 = L_1 L_2$?
9. Igazolja, hogy minden nem üres L nyelvnek van olyan $L_1 \subseteq L$ nem üres résznyelve, ami reguláris! Igaz-e, hogy minden nem üres L nyelvnek van olyan $L_1 \subseteq L$ résznyelve, ami nem reguláris?