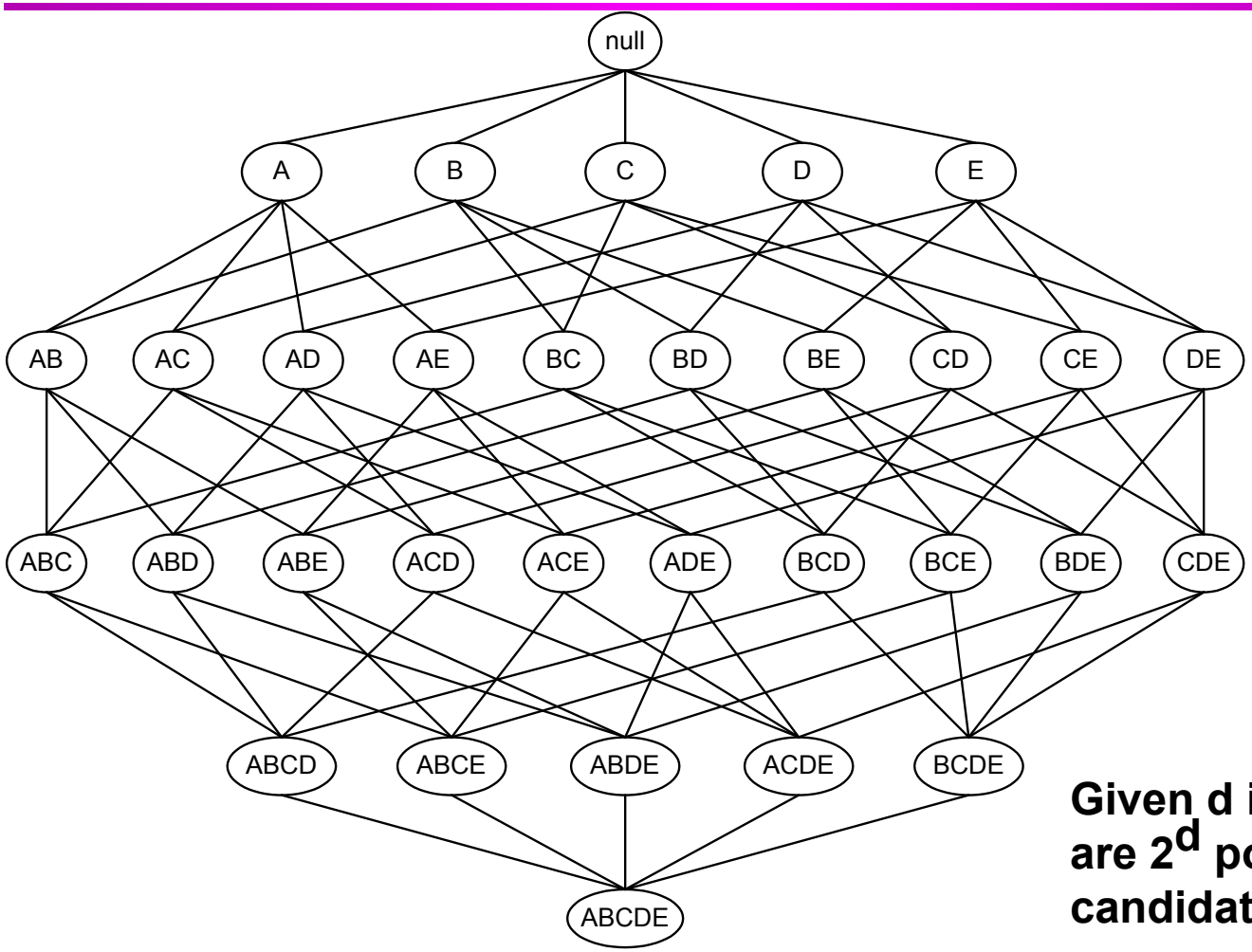
Asszociációs-szabályok, 2. rész

Csima Judit

BME, VIK,
Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

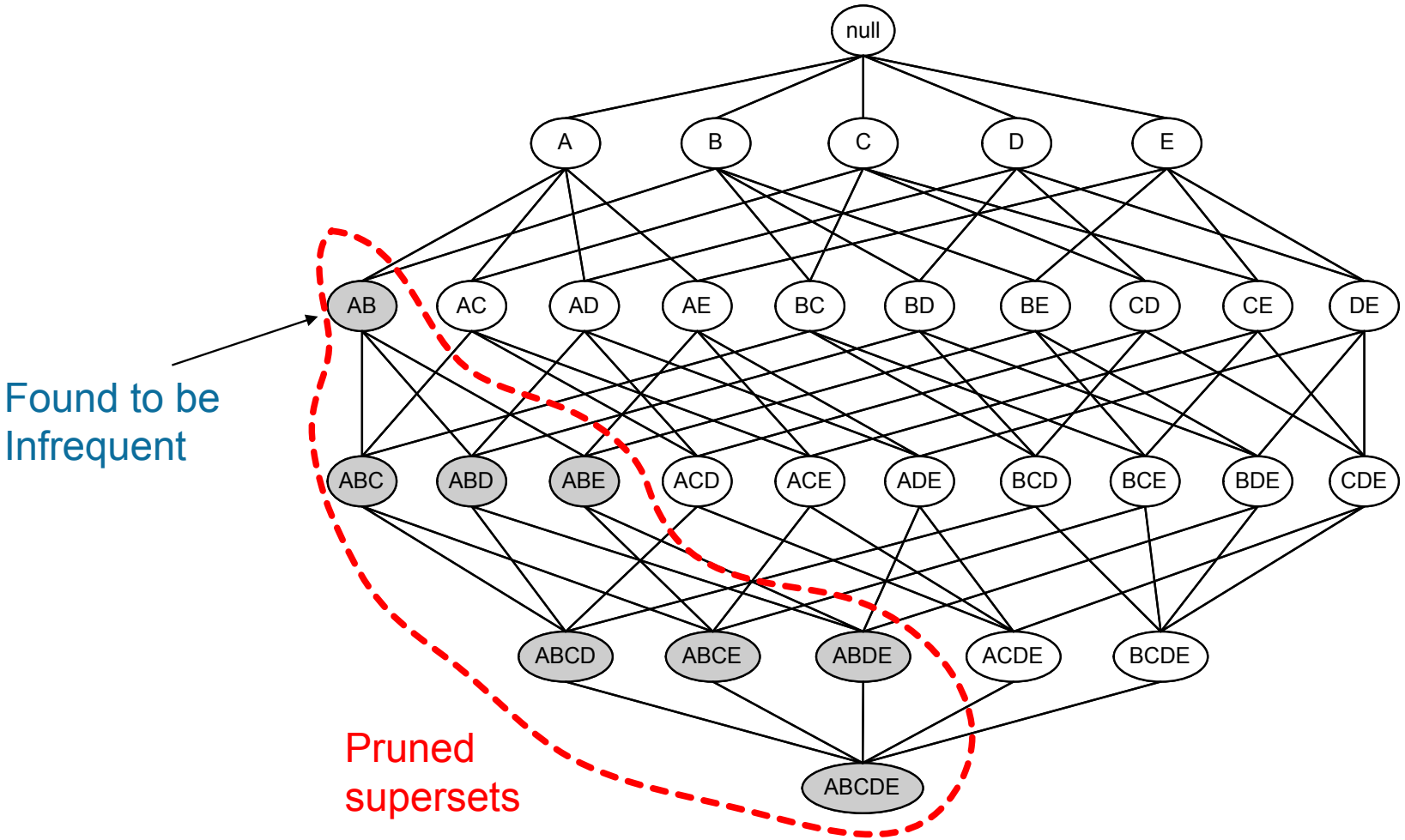
2017. május 11.

Frequent Itemset Generation



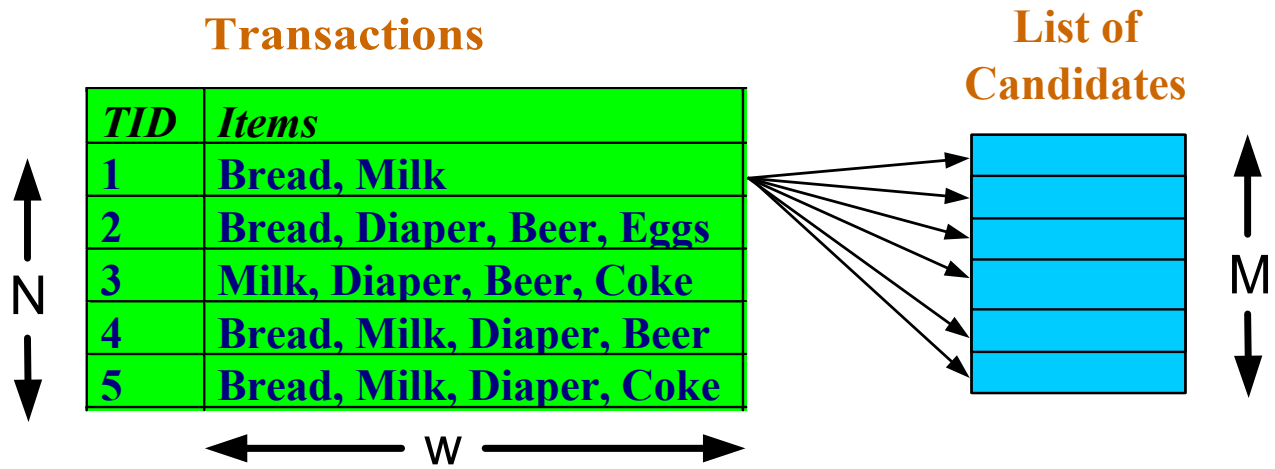
Given d items, there are 2^d possible candidate itemsets

Illustrating Apriori Principle



Frequent Itemset Generation

- Brute-force approach:
  - Each itemset in the lattice is a candidate frequent itemset
  - Count the support of each candidate by scanning the database



  - Match each transaction against every candidate
  - Complexity ~ O(NMw) => Expensive since $M = 2^d$!!!

További gyorsítás

- láttuk, hogy a nagy meló a jelöltek és a tranzakciók összevetése (az egyes jelöltek előfordulásainak kiszámolásához)
- eddig Apriori algoritmus: mielőtt összevetjük a jelölteket a tranzakciókkal, csökkentsük a jelöltek számát (minden k elemű részhalmaz helyett csak C_k-beliek)
- további lehetőségek:
  - csökkentsük a tranzakciók hosszát: a nem gyakori egy eleműeket dobjuk ki az elején minden tranzakcióból
  - csökkentsük a tranzakciók számát: F_k (k-elemű gyakoriak) előállítása közben, akkor dobjunk ki minden k-nál nem hosszabb tranzakciót

Tranzakciók és jelöltek ügyes összehasonlítása

- mikor? amikor már C_k elkészült és össze kell vetnem minden k-hosszú, C_k-beli jelöltet minden tranzakcióval, hogy benne van-e
- minden jelölt rendezetten tartalmazza az elemeit
- minden jelöltet összehasonlítok minden tranzakció minden k-elemű részhalmazával
- alapötlet: vödrös hash

Szaályok generálása gyakori elemhalmazokból

- tegyük fel, hogy megvannak a gyakori elemhalmazok
- minden Z gyakori elemhalmazból le szeretnénk generálni az összes olyan $X \to Y$ szabályt, ahol
  - $Z = X \cup Y$, X és Y sem üres
  - $supp(X \to Y) \geq min\_sup$
  - $conf(X \to Y) \geq min\_conf$
- a *min_sup*-os dolog Z gyakorisága miatt megvan
- a *conf*-os feltételt kéne teljesíteni

Brute-force algo

- adott Z esetén minden lehetséges módon $X, Z \setminus X$ kiválasztása
- minden választásra $conf(X \to Z \setminus X)$ számolása
- ehhez $\sigma(X)$ kell
- de $2^{|Z|}$ -2 lehetőség van X-re, ez túl sok

Észrevétel

Ha adott egy Z és ennek egy X részhalmazából, mint baloldalból származtatott szabály nem jó (conf-ja kisebb, mint *min_conf*), akkor az összes olyan X' baloldalból se lesz jó szabály, ahol $X' \subseteq X$.

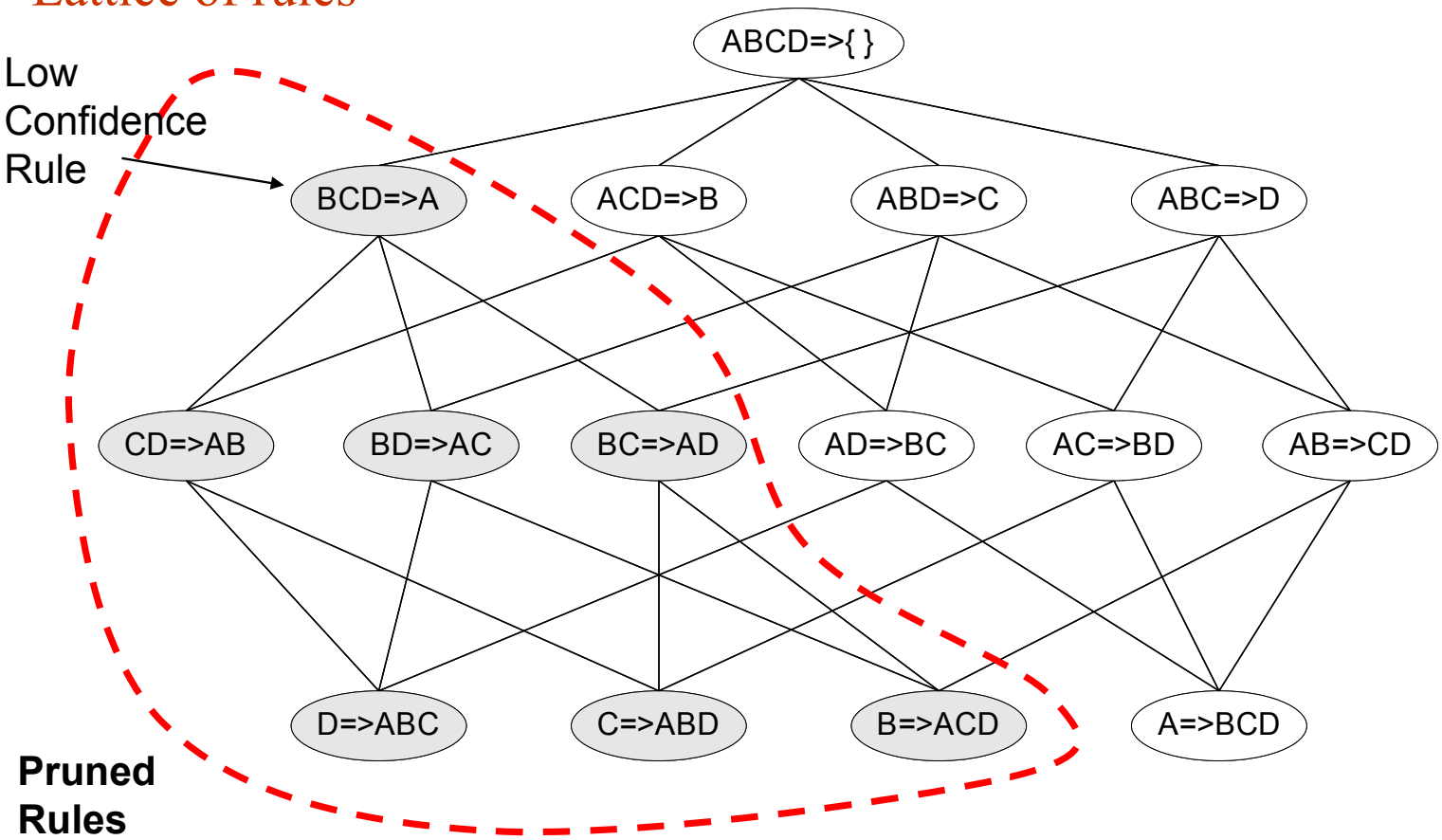
Biz.
$conf(X' \to Z \setminus X') = \frac{\sigma(Z)}{\sigma(X')} \leq \frac{\sigma(Z)}{\sigma(X)} < min\_conf$
A középen álló egyenlőtlenség azért igaz, mert $X' \subseteq X$ miatt $\sigma(X') \geq \sigma(X)$.

Észrevétel másként

- ha egy adott Z-ből generálok szabályokat és egy Y jobboldalú szabály rossz, akkor minden olyan szabály is rossz, ahol a jobboldal Y-nál bővebb
- ez hasonló az Apriori-elvhez
- csináljuk ugyanazt, amit az Apriori-algoban:
  - adott Z esetén először legeneráljuk az 1-elemű jobboldalú jó szabályokat
  - növeljük a szabályok jobboldalának hosszát, csak olyan jobboldalak jönnek be, amiknek minden eggyel kisebb részhalmazához tartozó szabály jó volt

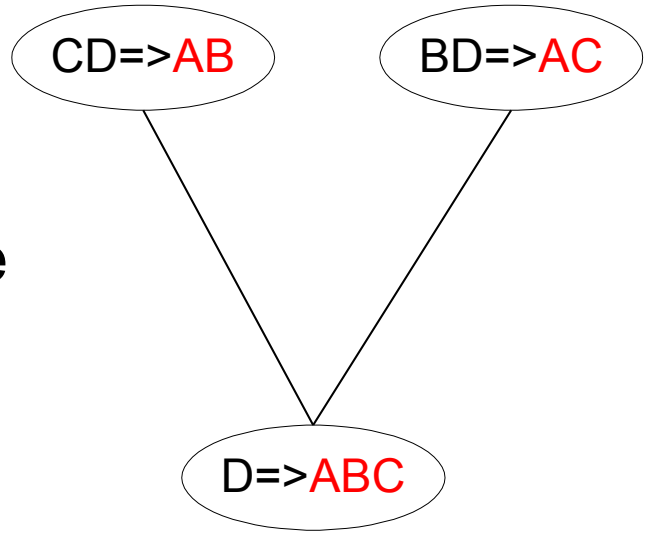
Rule Generation for Apriori Algorithm

Lattice of rules



Rule Generation for Apriori Algorithm

- Candidate rule is generated by merging two rules that share the same prefix in the rule consequent



- join(CD=>AB,BD=>AC) would produce the candidate rule D => ABC

- Prune rule D=>ABC if its subset AD=>BC does not have high confidence

Apriori-elven működő szabálygenerálás Z-ből

- egyelemű jobboldalú szabályokra conf számolása, csak a jók maradnak
- minden szabály jobboldalán rendezve tartjuk az elemeket
- $k-1$ hosszú jobboldalról k hosszú jobboldalra:
  - ha van két olyan $k-1$ hosszú jobboldal, akiknek az első $k-2$ tagja megegyezik, akkor ezekből unióval k hosszú jobboldalt képezünk (ezt minden lehetséges módon megtesszük)
  - leellenőrizzük, hogy a két, generáló $k-1$ hosszú részhalmazon kívüli többi $k-2$ darab $k-1$ elemű részhalmazhoz is jó szabály tartozott
  - aki ezen a szűrőn is átmegy, arra *conf*-ot számolok, aki ezt is túléli az lesz jó, k hosszú jobboldalú szabály

Mi kell $conf(X \to Z \setminus X)$ kiszámolásához?

- $conf(X \to Z \setminus X) = \frac{\sigma(Z)}{\sigma(X)}$
- nade Z és X is gyakoriak (Z def szerint, X meg ennek a része)
- ezeket az infókat már kiszámoltam a gyakori elemhalmazok generáláskor, onnan csak elő kell venni (nem kell újra nézni a tranzakciókat)

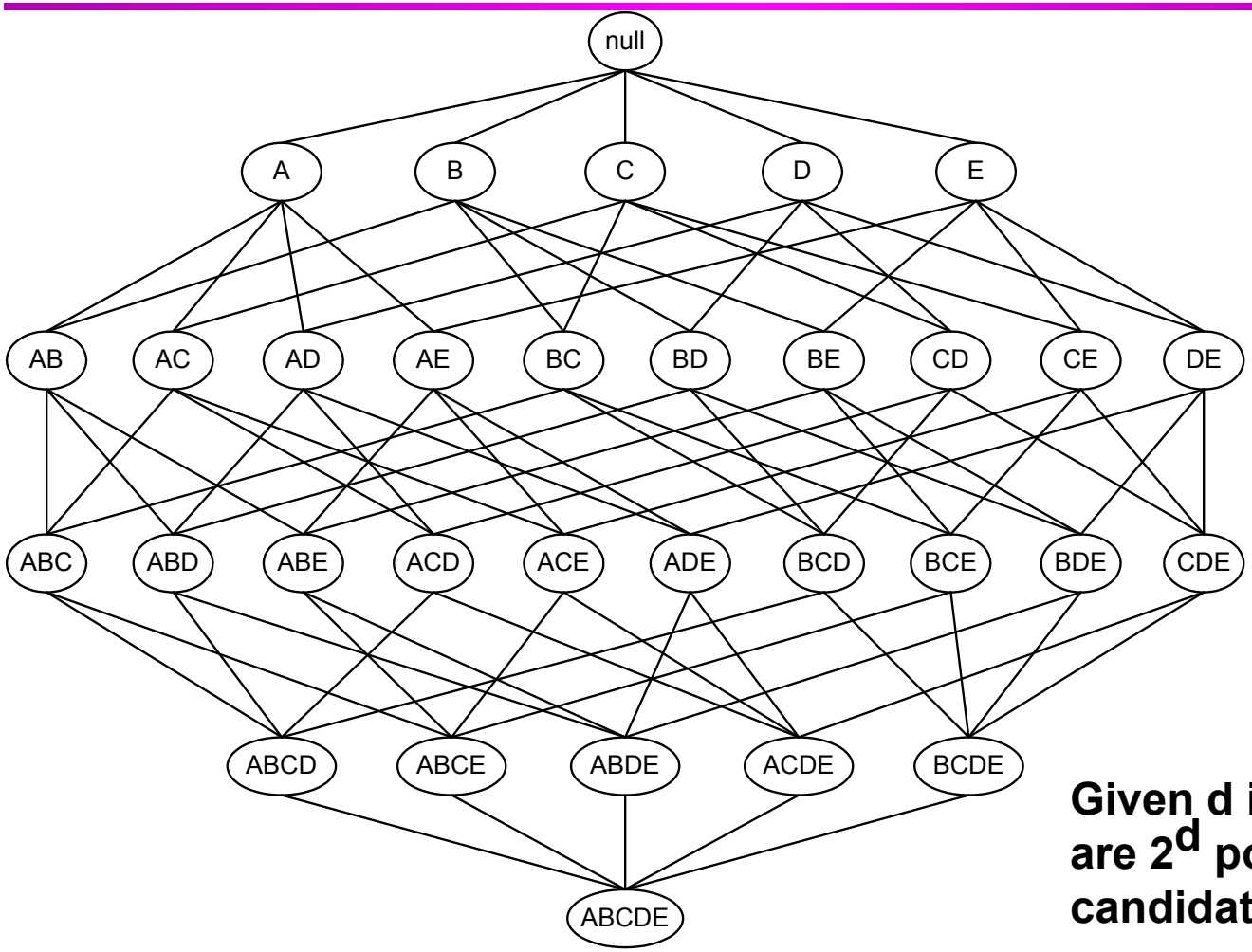
Eddig mi volt?

- Apriori-algoval gyakori elemhalmazok generálása
- a gyakori elemhalmazok σ-jának tárolása
- gyakoriak elemhalmazokból a nagy megbízhatóságú szabályok előállítása

Most mi lesz?

- Apriori algo helyett más módszerek a gyakori elemhalmazok megtalálására:
  - általános stratégiák az elemhalmazok hálójának bejárására
  - Eclat algo

Frequent Itemset Generation



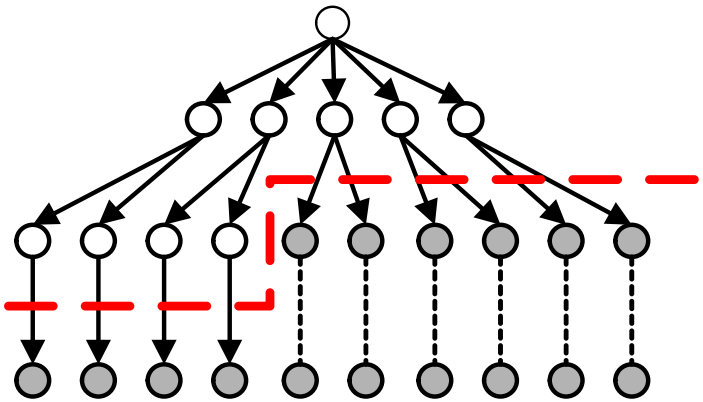
Given d items, there are 2^d possible candidate itemsets

Általános stratégiák a háló bejárására

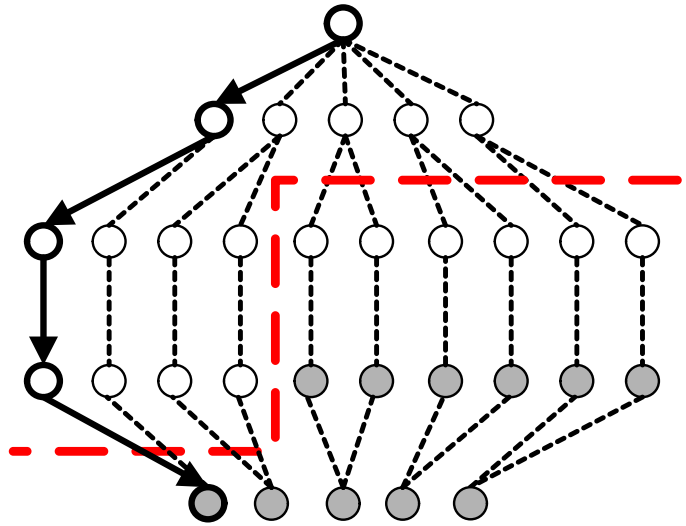
- az Apriori algo lényegében egy szélességi bejárást valósít meg
- más stratégiák:
  - mélységi bejárás
  - ekvivalencia-osztályok szerinti bejárás
- mindegyik esetben alkalmazzuk az Apriori-elvet: ha egy EH nem gyakori, akkor egyetlen olyan halmaz sem gyakori, aki őt tartalmazza vagy (ami ugyanez): ha egy elemhalmaz gyakori, akkor minden része is az

Alternative Methods for Frequent Itemset Generation

- Traversal of Itemset Lattice
  - Breadth-first vs Depth-first



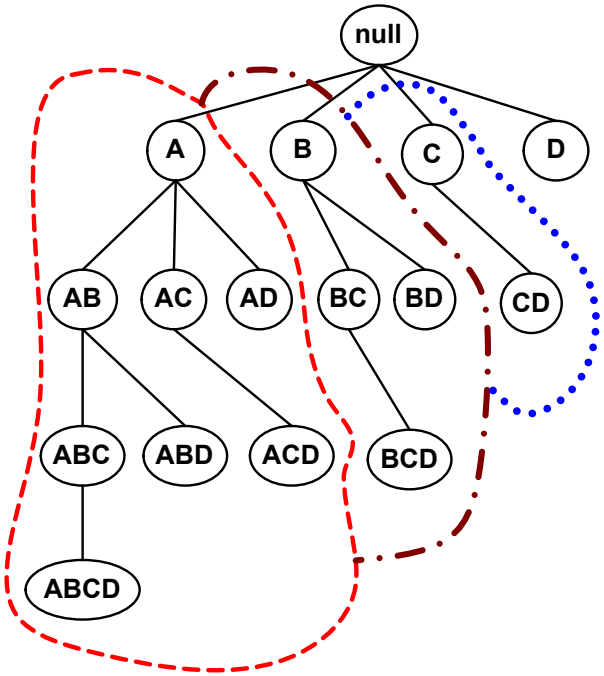
(a) Breadth first



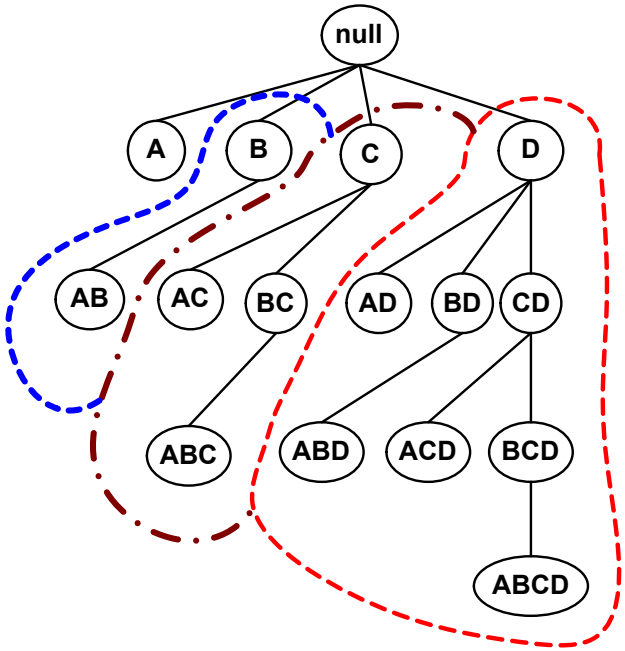
(b) Depth first

Alternative Methods for Frequent Itemset Generation

- Traversal of Itemset Lattice
  - Equivalent Classes



(a) Prefix tree



(b) Suffix tree

ECLAT algo

- más szisztéma
- nem azt írjuk fel, hogy melyik tranzakciókban mik az elemek, hanem azt, hogy írjuk fel az egyes elemekről, hogy melyik tranzakciókban vannak benne
- ezt vertikális felírásnak is nevezik

ECLAT

- For each item, store a list of transaction ids (tids)

Horizontal Data Layout

TID	Items
1	A,B,E
2	B,C,D
3	C,E
4	A,C,D
5	A,B,C,D
6	A,E
7	A,B
8	A,B,C
9	A,C,D
10	B

Vertical Data Layout

A	B	C	D	E
1	1	2	2	1
4	2	3	4	3
5	5	4	5	6
6	7	8	9	
7	8	9		
8	10			
9				

TID-list

ECLAT algo

- DFS-sel járjuk be az elemhalmazok hálóját
- a példában legyen a gyakorisági-küszöb 2
- ekkor E gyakori
- nézzük meg E gyerekeit: DE, CE, BE, AE gyakoriságai mik?
- pl. DE gyakorisága D és E oszlopának metzsetének magassága
- hasonlóan kapható a többi kételemű gyakorisága is

Továbblépés DFS-sel

- amelyik elemhalmazról éppen kiderült, hogy gyakori, arról tudom az őt tartalmazó tranzakciók halmazát
- az egy elemű bővítések gyakorisága ezen oszlop és a bővítő elem oszlopának metszetéből számolható

Milyen szabályokat akarok?

- eddig: supp és conf legyen magas
- ezekhez min_sup és min_conf küszöbök
- ezek beállítása nehéz
  - ha magasak, akkor esetleg érdekes szabályok is kiesnek
  - ha alacsonyak, akkor túl sok szabály marad bent, nehéz válogatni a tényleg jókat

Érdekes szabályok keresése

- a sok szabály közül, amire supp és conf elég nagy kiválogatni azokat, amik tényleg érdekesek:
  - váratlanok
  - hasznot hozhatnak
- ezek (mechanikus algoval) megfoghatatlan fogalmak
- megoldások:
  - valami ember válogassa ki az előszűrt szabályokból az érdekeseket (ez nem járható út igazán)
  - valami szakértő előszűri, hogy milyen szabályokat keresünk: pl. A és B termékscsoport között van-e valami asszociációs összefüggés)
- supp és conf-on kívül valami más, ami méri valahogyan az érdekességet

Computing Interestingness Measure

- Given a rule $X \rightarrow Y$, information needed to compute rule interestingness can be obtained from a contingency table

Contingency table for $X \rightarrow Y$

	Y	$\overline{Y}$	
X	f_{11}	f_{10}	f_{1+}
$\overline{X}$	f_{01}	f_{00}	f_{o+}
	f_{+1}	f_{+0}	$\|T\|$

f_{11}: support of X and $\overline{Y}$
f_{10}: support of $\overline{X}$ and $\overline{Y}$
f_{01}: support of $\overline{X}$ and $\overline{Y}$
f_{00}: support of X and Y

Used to define various measures

- support, confidence, lift, Gini, J-measure, etc.

Drawback of Confidence

	Coffee	$\overline{\text{Coffee}}$	
Tea	15	5	20
$\overline{\text{Tea}}$	75	5	80
	90	10	100

Association Rule: Tea → Coffee

Confidence= P(Coffee|Tea) = 0.75

but P(Coffee) = 0.9

⇒ Although confidence is high, rule is misleading

⇒ P(Coffee|$\overline{\text{Tea}}$) = 0.9375

Lift-mutató, motiváció

- az előző fólia mutatja, hogy a conf és supp nem elég
- lehet, hogy egy elég jó támogatottságú, nagyon magas megbízhatóságú szabály teljesen butaság
- próbáljuk valahogy kizárni az előző fólián látható jelenséget
- hasonlítsuk össze az $X \to Y$ szabály conf-ját a Y relatív gyakoriságával (gyakoribb-e X mellett Y, mint általában?)

Lift-mutató

- $Lift(X \to Y) = \frac{conf(X \to Y)}{\frac{\sigma(Y)}{n}}$, ahol n a tranzakciók száma
- ez uaz, mint $\frac{\sigma(X \cup Y)}{\sigma(X)} \cdot \frac{n}{\sigma(Y)} = \frac{supp(X \cup Y)}{supp(X) \cdot supp(Y)}$
- ez igazából X és Y előfordulásának függetlenségét méri
- ha $Lift(X \to Y) = 1$ az azt jelenti, hogy függetlenek
- ha $Lift(X \to Y) > 1$ az azt jelenti, hogy Y gyakoribb X mellett, mint általában, ez érdekel minket

Mindenféle mérőszámok

- persze Lift sem mindenható, simán lehet olyan szabály, amire supp, conf és Lift is jó, de mégis butaság
- sok más mérőszám szabályok jóságára (következő fólia, de csak illusztráció!)
- általában sup, conf és vmi Lift-szerű, függetelenséget mérő mérték

There are lots of measures proposed in the literature

Some measures are good for certain applications, but not for others

What criteria should we use to determine whether a measure is good or bad?

What about Apriori-style support based pruning? How does it affect these measures?

#	Measure	Formula
1	ϕ-coefficient	$\frac{P(A,B)-P(A)P(B)}{\sqrt{P(A)P(B)(1-P(A))(1-P(B))}}$
2	Goodman-Kruskal's (λ)	$\frac{\sum_j \max_k P(A_j,B_k)+\sum_k \max_j P(A_j,B_k)-\max_j P(A_j)-\max_k P(B_k)}{2-\max_j P(A_j)-\max_k P(B_k)}$
3	Odds ratio (α)	$\frac{P(A,B)P(\overline{A},\overline{B})}{P(A,\overline{B})P(\overline{A},B)}$
4	Yule's Q	$\frac{P(A,B)P(\overline{AB})-P(A,\overline{B})P(\overline{A},B)}{P(A,B)P(\overline{AB})+P(A,\overline{B})P(\overline{A},B)} = \frac{\alpha-1}{\alpha+1}$
5	Yule's Y	$\frac{\sqrt{P(A,B)P(\overline{AB})}-\sqrt{P(A,\overline{B})P(\overline{A},B)}}{\sqrt{P(A,B)P(\overline{AB})}+\sqrt{P(A,\overline{B})P(\overline{A},B)}} = \frac{\sqrt{\alpha}-1}{\sqrt{\alpha}+1}$
6	Kappa (κ)	$\frac{P(A,B)+P(\overline{A},\overline{B})-P(A)P(B)-P(\overline{A})P(\overline{B})}{1-P(A)P(B)-P(\overline{A})P(\overline{B})}$
7	Mutual Information (M)	$\frac{\sum_i \sum_j P(A_i,B_j)\log\frac{P(A_i,B_j)}{P(A_i)P(B_j)}}{\min(-\sum_i P(A_i)\log P(A_i), -\sum_j P(B_j)\log P(B_j))}$
8	J-Measure (J)	$\max\left(P(A,B)\log(\frac{P(B\|A)}{P(B)}) + P(A\overline{B})\log(\frac{P(\overline{B}\|A)}{P(\overline{B})}),\right.$ $\left. P(A,B)\log(\frac{P(A\|B)}{P(A)}) + P(\overline{A}B)\log(\frac{P(\overline{A}\|B)}{P(\overline{A})})\right)$
9	Gini index (G)	$\max\Big(P(A)[P(B\|A)^2+P(\overline{B}\|A)^2]+P(\overline{A})[P(B\|\overline{A})^2+P(\overline{B}\|\overline{A})^2]$ $-P(B)^2-P(\overline{B})^2,$ $P(B)[P(A\|B)^2+P(\overline{A}\|B)^2]+P(\overline{B})[P(A\|\overline{B})^2+P(\overline{A}\|\overline{B})^2]$ $-P(A)^2-P(\overline{A})^2\Big)$
10	Support (s)	$P(A,B)$
11	Confidence (c)	$\max(P(B\|A), P(A\|B))$
12	Laplace (L)	$\max\left(\frac{NP(A,B)+1}{NP(A)+2}, \frac{NP(A,B)+1}{NP(B)+2}\right)$
13	Conviction (V)	$\max\left(\frac{P(A)P(\overline{B})}{P(A\overline{B})}, \frac{P(B)P(\overline{A})}{P(B\overline{A})}\right)$
14	Interest (I)	$\frac{P(A,B)}{P(A)P(B)}$
15	cosine (IS)	$\frac{P(A,B)}{\sqrt{P(A)P(B)}}$
16	Piatetsky-Shapiro's (PS)	$P(A,B)-P(A)P(B)$
17	Certainty factor (F)	$\max\left(\frac{P(B\|A)-P(B)}{1-P(B)}, \frac{P(A\|B)-P(A)}{1-P(A)}\right)$
18	Added Value (AV)	$\max(P(B\|A)-P(B), P(A\|B)-P(A))$
19	Collective strength (S)	$\frac{P(A,B)+P(\overline{AB})}{P(A)P(B)+P(\overline{A})P(\overline{B})} \times \frac{1-P(A)P(B)-P(\overline{A})P(\overline{B})}{1-P(A,B)-P(\overline{AB})}$
20	Jaccard (ζ)	$\frac{P(A,B)}{P(A)+P(B)-P(A,B)}$
21	Klosgen (K)	$\sqrt{P(A,B)}\max(P(B\|A)-P(B), P(A\|B)-P(A))$