

A válaszokat indokolni kell. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Egy irányított, élsúlyozott G gráfban a csúcsok b, e, f, a, c, d sorrendje topologikus sorrend, ezen topologikus sorrenddel alkalmazzuk a DAG-ban használható tanult eljárást (SzuperCsodás algoritmus) az e csúcsból induló legrövidebb utak meghatározására.

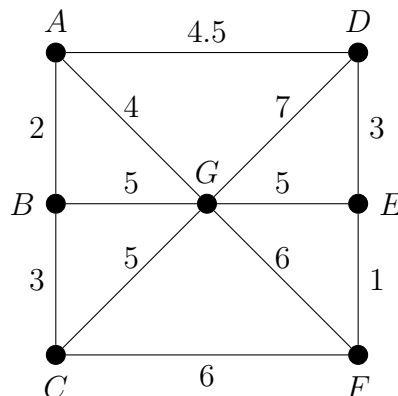
(a) Mennyi lesz a b és az e csúcsokra kiszámolt távolság és miért?

(b) Tegyük fel, hogy az algoritmus már kiszámolta az f, a, c csúcsokra is a távolságokat, ezek a következők: $távolság[f] = -2$, $távolság[a] = 12$, $távolság[c] = 3$. Az algoritmus használatához melyik élek létezését és élsúlyát kell tudnunk ahhoz, hogy ezek alapján kiszámoljuk $távolság[d]$ értékét? Hogyan kell az algoritmus alapján a kapott információból meghatározni $távolság[d]$ értékét?

2. Minimális súlyú feszítőfát keresünk az alábbi gráfban két tanult algoritmus segítségével.

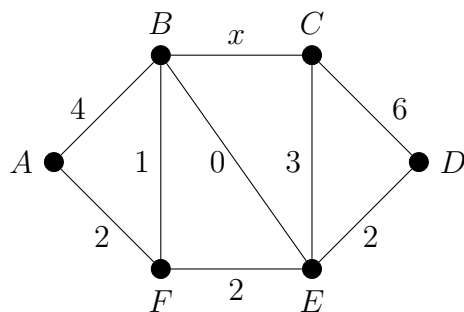
(a) Melyik éleket választja be és milyen sorrendben Prim algoritmus az A csúcsból indulva? Indoklásképpen 1-2 mondatban írja le, hogy mi alapján választja ki az algoritmus a következő éleket.

(b) Adjon meg olyan e és f éleket az a) pontban felsoroltak közül, amikre igaz, hogy Prim algoritmus előbb választja e -t és valamikor később f -et, de Kruskal algoritmus előbb választja f -et és csak valamikor később e -t. Indoklásképpen írja le 1-2 mondatban, hogy hogyan megy Kruskal algoritmus és hogy ebből hogyan következik, hogy az élpár jó.



3. Egy bináris keresőfában az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat tároljuk. Tudjuk, hogy a 6-os érték keresése során a 8, 1, 5, 6 számokat látjuk ebben a sorrendben és azt is tudjuk, hogy a posztorder bejárás a fa csúcsait 3, 2, 4, 7, 6, 5, 1, 9, 8 sorrendben látogatja meg. Rajzolja fel ezt a bináris keresőfát és indokolja meg, hogy miért csak ez az egy ilyen fa lehetséges.

4. Az alábbi gráfban az x élsúly nem ismert. Azt tapasztaljuk, hogy bárhogyan futtatjuk Dijkstra algoritmusát az A csúcsból induló legrövidebb utak hosszának meghatározására, a C csúcs mindig utolsó előttiként kerül be a KÉSZ halmazba. Adj meg x összes lehetséges értékét és indoklásképpen írja le, hogy a válasza hogyan következik a Dijkstra algoritmus futásából.



5. Adott két AVL-fa, mindkettőben ugyanannyi, $n \geq 3$ egész számot tárolunk. Az elemek egy fán belül különböznek, de a két fának lehetnek közös tárolt elemeik.

(a) Adjon $O(\log n)$ lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy az első fa legkisebb eleme benne van-e a második fában.

(b) Adjon $O(\log n)$ lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy az első fa második legkisebb eleme megegyezik-e a második fában tárolt legnagyobb elemmel.

6. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú irányítatlan G gráf.

Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e a gráfban pontosan 17 csúcsból álló komponens.