Algoritmusok és gráfok - 2. vizsga
2022. január 4.

A válaszokat indokolni kell. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi irányított, élsúlyozott G gráf csúcsai a, b, c, d, e, f, élei pedig az alábbi éllistával adottak:
a :$c(8), d(7), f(6), e(12)$; **b** :$a(3), d(-8), e(-5)$; **c** :–; **d** :$c(2), e(4), f(-2)$, ; **e** :–; **f** :$c(5), e(1)$;
Ez a gráf egy DAG és topologikus sorrend benne a csúcsok b, a, d, f, c, e sorrendje (ezt nem kell leellenőrizni).

   Ezen topologikus sorrenddel alkalmazzuk a DAG-ban használható tanult eljárást (SzuperCsodás algoritmus) az a csúcsból induló legrövidebb utak meghatározására.
(a) Mennyi lesz a b és az a csúcsokra kiszámolt távolság és miért?
(b) Ha már tudjuk, hogy a d, f és c csúcsokra kiszámolt távolságok a következők: $távolság[d] = 7$, $távolság[f] = 5$, $távolság[c] = 8$, akkor mennyi lesz $távolság[e]$ és miért? (Azt nem kell leellenőrizni, hogy a d, f, c csúcsokra megadott távolságok helyesek.)

2. A $2, 10, 3, 5, 1, 4, 6$ tömb rendezése során előállhat-e az $1, 2, 3, 6, 5, 4, 10$ helyzet, ha
(a) buborékrendezést használunk? (b) kiválasztásos rendezést használunk?
A válaszait indokolja is meg!

3. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk és a 9-es szám keresésekor a keresési út mentén a $18, 3, x, 7, 9$ kulcsokat látjuk ebben a sorrendben.
A $2, 6, 8, 10, 20$ értékek közül melyekkel lehet egyenlő x és miért?
Figyelem, mind az 5 értékről nyilatkoznia kell!

4. Dijkstra algoritmusát használjuk az A, B, C, D, E csúcsokból álló irányított, élsúlyozott G gráfban a B kezdőcsúcsból, eközben az *eddigi_legjobb* tömb így változik (az egyes sorok az *eddigi_legjobb* tömb változását mutatják egy-egy csúcs KÉSZ halmazba kerülése után).

A	B	C	D	E
5	*	∞	3	∞
4	*	7	*	∞
*	*	6	*	8
*	*	*	*	8
*	*	*	*	*

   Milyen csúcsokkal van biztosan összekötve az A csúcs (bejövő és kimenő élekre is gondoljon), mi ezeknek az élsúlya és miért?

5. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú irányítatlan G gráf.
(a) Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni és hogyan, ha $O(n^2)$ lépésben el akarjuk dönteni, hogy G összefüggő-e?
(b) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben eldönti, hogy G-re igaz-e, hogy nem öszefüggő, de van olyan hiányzó él, aminek a behúzásával összefüggővé tehető.
(c) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben nemcsak megválaszolja a (b) rész kérdését, de meg is ad egy olyan élet, aminek behúzásával a nem összefüggő G gráf összefüggővé válik.

6. Egy nagyvárosban jelenleg egyáltalán nincsenek még bicikliutak, de az új városvezetés szeretné elérni, hogy néhány út külső sávjában biciklisávok kerüljenek felfestésre (a kiválasztott utak mindkét oldalán, azaz a bicikliutak mindkét irányba használhatóak). Ez csak úgy lehetséges, hogy ezen utak mentén néhány (de legalább egy) parkolóhely megszűnik. A város vezetése szeretné úgy megtervezni a bicikliutakat, hogy a városházától mindenhova el lehessen jutni bicikliúton, de ehhez a lehető legkevesebb parkolóhelyet kelljen megszüntetni (tartva az autósok haragjától). Szomszédossági mátrixával adott a város úthálózatának összefüggő, élsúlyozott, irányítatlan gráfja: a csúcsok a csomópontok (a városháza a H jelű csomópontban van), az élek a csomópontok közötti közvetlen utak (melyek mindkét irányban használhatók, nincsenek egyirányú utcák), az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi parkolóhely szűnik meg, ha ezen a szakaszon bicikliút készül.
Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk oldani ezt a feladatot (a szokásos módon n a csomópontok számát jelöli)?