

A válaszokat indokolni kell. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi irányított  $G$  gráf csúcsai  $a, b, c, d, e, f$ , élei pedig az alábbi éllistával adottak:

$$\mathbf{a} : c(8), f(6), e(12); \quad \mathbf{b} : a(3), d(-8), e(-5); \quad \mathbf{c} : e(-1); \quad \mathbf{d} : c(2), e(4), f(-2); \quad \mathbf{e} : -; \quad \mathbf{f} : e(1);$$

Topologikus sorrend-e ebben a gráfban a csúcsok  $b, a, d, f, e, c$  sorrendje és miért?

2. Adott egy 100 hosszú tömb, melyben a  $100, 99, 98, \dots, 3, 2, 1$  számok vannak ebben a csökkenő sorrendben. Melyik rendező algoritmus futtatása során történik a legkevesebb **cseré** az alábbi lehetőségek közül és miért?

A lehetőségek: buborékrendezés, beszúrásos rendezés, kiválasztásos rendezés.

3. Egy bináris keresőfát preorder bejárással bejárva a számokat  $8, 3, 7, 4, 5, 10, 9, 12$  sorrendben látjuk.

(a) Mi a fa gyökere és miért?

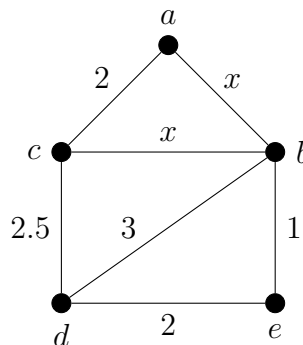
(b) Mely számok vannak a gyökér jobb- és bal-részfájában és miért?

(c) Hogy néz ki a fa és miért ez az egyetlen lehetőség?

4. Az alábbi gráfon, ahol  $x$  értéke nem ismert, futtatjuk Prim algoritmusát az  $a$  csúcsból egy minimális feszítőfa keresésére és azt tapasztaljuk, hogy az első három beválasztott él  $ab, be, ed$  ebben a sorrendben. (Az  $x$  értéke ugyanaz mindkét élen, ahol előfordul.)

(a) Mi lehet  $x$  értéke és miért?

(b) Melyik élet (éleket) választhatja be az algoritmus a fenti három él után és miért?



5. Szomszédossági mátrixával adott egy  $n$  csúcsú irányítatlan  $G$  gráf. Adjon  $O(n^3)$  lépésszámú algoritmust, ami  $G$  mátrixából előállítja annak az irányítatlan  $G_1$  gráfnak a szomszédossági mátrixát, aminek csúcsai megegyeznek  $G$  csúcsaival és  $G_1$ -ben pontosan akkor van két csúcs között él, ha  $G$ -ben nincsen köztük él, de van közös szomszédjuk.

6. Szomszédossági mátrixával adott egy város úthálózatának élsúlyozott, irányítatlan gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak (melyek mindkét irányban használhatók, nincsenek egyirányú utcák), az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mekkora adott útszakasz hossza. A várost egy folyó szeli ketté, a folyón két híd van, csak ezeken lehet átkelni a folyó egyik partjáról a másik partra (a hidak is egy-egy élet jelentenek a gráfban, azt ismerjük, hogy melyik élek a hidak).

Lakásunk az  $A$  csomópontban van, egy barátunk pedig a  $B$  csomópontban lakik, az  $A$  és  $B$  csomópontok a folyó ellentétes oldalán találhatóak. Barátunk karanténba került, de szeretnénk neki ajándékot vinni gyalog, a lehető legrövidebb utat megtéve, úgy, hogy az egyik hidat odafelé, a másik hidat visszafelé használjuk (azaz a lakásunkból indulunk, oda is érünk vissza és csak kétszer kelünk át a folyón, egyszer odafelé, egyszer visszafelé).

Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha  $O(n^2)$  lépésben meg akarjuk találni ezt a legjobb útvonalat (a szokásos módon  $n$  a csomópontok számát jelöli)?