

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 2$ egész szám. A pszeudokódban lépésnek az értékadás és az összeadás számít. Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n^2)$? Válaszát indokolja!

```
kicsi := 1
nagy := n
számláló := 0
```

2. A $8, 1, 20, x$ tömböt összefésüléssel rendezéssel rendezzük, ahol x egy olyan egész szám, ami máshol nem szerepel a tömbben. Hány összehasonlítás történhet a rendezés teljes futása alatt x értékétől függően? Az összehasonlítások darabszámának összes lehetséges értékére adjon meg egy olyan x számot, amikor ennyi összehasonlítás van (és magyarázza is el, hogy miért ennyi) és mutassa meg, hogy több vagy kevesebb összehasonlítás miért nem lehet.

```
ciklus amíg kicsi < nagy:
    ciklus i = 0-tól n-ig:
        számláló := számláló + 1
    ciklus vége
    kicsi := kicsi + 1
    nagy := nagy - 1
ciklus vége

return számláló
```

3. Egy 11 méretű hash táblába 7 kulcsot szűrtünk be nyílt címzéssel, lineáris próbával, majd a beszúrások után egy értéket töröltünk és így az alábbi táblát kaptuk, a törölt elemet \star jelzi. A használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. (A lineáris próba lefele indul.)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	6	14	\star	4	28	7	18			

(a) Lehetséges-e, hogy a 28 később került beszúrásra, mint a 14?

(b) Lehetséges-e, hogy a 28 később került beszúrásra, mint a 6?

Válaszait indokolja!

4. Egy nyolc csúcsú irányítatlan G gráfban a DFS (mélységi bejárás) algoritmusát futtatjuk az a csúcsból úgy, hogy ha a szomszédok végigjárása során választási lehetőség adódik, akkor mindig az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk. A bejárás során a DFS fába az alábbi élek kerülnek be ebben a sorrendben: $ab, bc, ch, bd, ae, eg, ef$.

(a) Rajzolja fel a bejáráshoz tartozó DFS fát.

(b) Adja meg a csúcsokhoz tartozó befejezési számokat.

(c) Lássa be, hogy a G gráfban a h csúcs fokszáma legfeljebb 3 lehet.

Válaszait indokolja!

5. Adott egy $n \geq 2$ méretű tömb, melyben csupa különböző egész számot tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van a tömbben három egymást követő egész szám. (Például $8, 1, 7, 3, 15, 6$ jó input, mert szerepel benne $6, 7, 8$.)

6. Egy szomszédossági mátrixával adott n csúcsú, irányított G gráfban mindegyik csúcs vagy pirosra vagy kékre van színezve, a színezés egy n méretű, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott. Adott továbbá két csúcs, s és t és s -ből szeretnénk t -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy az úton a színek felváltva vannak. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú eljárást, ami a szomszédossági mátrix módosításával és egy tanult algoritmus változtatás nélküli futtatásával eldönti, hogy van-e ilyen út vagy nincsen.