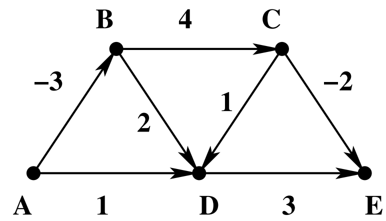
Algoritmusok és gráfok
TIZENKETTEDIK HETI GYAKORLAT, 2018. november 23.

1. (Múlt heti feladatsor 2/b része) A múlt órán láttuk, hogy az alábbi, éllistával adott gráf DAG:
a: g(2), f(10); **b**: a(-2), g(1); **c**: d(3); **d**: -; **e**: d(-6); **f**: e(7), c(-1), d(-2); **g**: f(1), e(6).
Az előző órán talált topologikus sorrend és a tegnapi előadáson tanult eljárás segítségével keressük meg a gráfban levő leghosszabb utat.

2. Határozza meg az A csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát és magukat az utakat is az alábbi gráfban a Bellman-Ford algoritmussal. Lépésenként jelezze, hogyan változik az algoritmus által kitöltött T és P tömb. Hogyan látjuk az algoritmus futásából, hogy nincs a gráfban negatív kör?

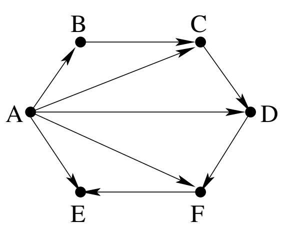


---

3. (Múlt heti feladatsor 4/d része) A múlt órán láttuk, hogy az alábbi gráf DAG:
a: e(5), f(4),g(1); **b**: a(3); **c**: h(1); **d**: a(1), e(-10); **e**: g(1); **f**: c(8), g(-4), h(3); **g**: h(-12); **h**: -.
(a) Ellenőrizze, hogy a d, b, a, f, c, e, g, h topologikus sorrend ebben a gráfban.
(b) Ezen toplogikus sorrend és a tegnap tanult eljárás segítségével határozza meg a gráfban levő legrövidebb út hosszát és keresse meg a legrövidebb utat magát is.

4. Határozza meg a legrövidebb utak hosszát és magukat az utakat is az A csúcsból az alábbi gráfban, a Bellman-Ford algoritmust futtatva. Lépésenként jelezze, hogyan változik a T és P tömb.
A:B(3),F(1),E(12); **B**:C(2); **C**:D(4),G(2); **D**:E(1); **E**:C(-3); **F**:B(-1),G(4); **G**:H(2); **H**:D(2),E(1).

5. Az alábbi gráfon a Bellman-Ford-algoritmust futtattuk az A pontból kezdve. A keletkezett táblázat megadott első két sorából határozza meg az egyes élek súlyát, és adja meg a táblázat további sorait!



	A	B	C	D	E	F
1.	0	5	10	12	15	11
2.	0	5	6	11	13	9
3.						
...						

6. (Múltkori feladatsor 5. feladat) Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya.
(a) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.
(b) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legmagasabb torony összeállítását, ha a torony magassága a benne szereplő artisták magasságainak összege.

7. Legyen $G = (V, E)$ mátrixszal adott n pontú, súlyozott élű irányított gráf! Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a G-beli egyszerű irányított utak legfeljebb 2018 élből állnak. Javasoljunk $O(n^2)$ költségű módszert az $1 \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására!

8. (Múltkori feladatsor 7. feladat) Egy $n \times n$ méretű táblázat minden eleme egy egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Egy ilyen út értéke a benne szereplő számok összege. Adjon $O(n^2)$ futási idejű algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott táblázatban a szabályok szerinti utak értékei között mekkora a legnagyobb! Hogyan lehet megtalálni magát az utat?