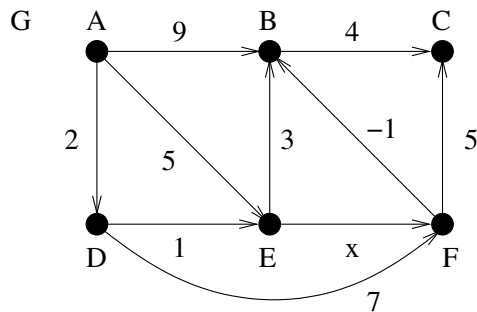


Algoritmusok és gráfok

TIZENEGYEDIK HETI GYAKORLAT, 2018. november 16.

1. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 élsúlyozott, irányított gráfok (zárójelben az élsúlyok).
 G_1 : **a**: b(3),c(8); **b**: d(-7); **c**: d(5); **d**: e(2); **e**: a(-10).
 G_2 : **a**: g(2), f(10); **b**: a(-2), g(1); **c**: d(3); **d**: -; **e**: d(-6); **f**: e(7), c(-1), d(-2); **g**: f(1), e(6).
 (a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok DAG-ok-e.
 (b) Adjunk meg a mélységi bejárás segítségével topologikus sorrendet ezekben a gráfokban, amennyiben létezik ilyen, illetve lássuk be, ha nincs ilyen.
2. Abban a gráfban, ami az előző feladatban DAG-nak bizonyult az órán tanult algoritmussal
 (a) határozzuk meg az a jelű csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát,
 (b) keressük meg a gráfban levő leghosszabb utat.

3. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 élsúlyozott, irányított gráfok (zárójelben az élsúlyok).
 G_1 : **a**: e(5), f(4),g(1); **b**: a(3); **c**: h(1); **d**: a(1), e(-10); **e**: g(1); **f**: c(8), g(-4), h(3); **g**: h(-12); **h**: -.
 G_2 : **a**: d(1); **b**: -; **c**: a(8), d(3); **d**: b(4), e(-6), f(6); **e**: f(2); **f**: a(4).
 (a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok DAG-ok-e.
 (b) Adjunk meg a mélységi bejárás segítségével topologikus sorrendet ezekben a gráfokban, ha létezik ilyen, illetve lássuk be, ha nincs ilyen.
4. Abban a gráfban, ami az előző feladatban DAG-nak bizonyult az órán tanult algoritmussal
 (a) határozzuk meg az a jelű csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát,
 (b) határozzuk meg az a jelű csúcsból az összes többi csúcsba vezető leghosszabb út hosszát,
 (c) keressük meg a legrövidebb utat a -ból h -ba,
 (d) határozzuk meg a a gráfban levő legrövidebb út hosszát és keressük meg a legrövidebb utat is.
5. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya.
 (a) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.
 (b) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legmagasabb torony összeállítását, ha a torony magassága a benne szereplő artisták magasságainak összege.
6. Határozza meg az A -ból a többi pontba vezető leghosszabb utak hosszát az alábbi G gráfban az x valós paraméter függvényében!



7. Egy $n \times n$ méretű táblázat minden eleme egy egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Egy ilyen út értéke a benne szereplő számok összege. Adjon $O(n^2)$ futási idejű algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott táblázatban a szabályok szerinti utak értékei között mekkora a legnagyobb! Hogyan lehet megtalálni magát az utat?