

Algoritmusok és gráfok
ÖTÖDIK HETI GYAKORLAT, 2018. október 5.

1. Rendezze a 7, 3, 9, 1, 5, 8, 2 tömböt ládarendezéssel, feltéve, hogy tudjuk, hogy a tömb elemei 0 és 10 közé esnek.
2. (a) Építsen beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7,3,2,9,8,6,4.
(b) Milyen sorrendben írja ki a preorder, inorder és posztorder bejárás a csúcsokat?
(c) Szűrje be az (a) résznél kapott fába az 5-t, aztán törölje ki a 2,6 és 7 elemeket.

3. (a) Hogyan néz ki az a bináris keresőfa, melyben a csúcsok három szinten helyezkednek el és a fában az 1, 7, 9, 10, 11, 13, 18 értékeket tároljuk?
(b) Milyen sorrendben írja ki a preorder, inorder és posztorder bejárás a fában tárolt értékeket?
(c) Szűrje be az (a) résznél meghatározott fába a 3-at, majd a 2-t, végül pedig a 8-at.
(d) Törölje ki a (c) részben kapott fából a 11-et, majd a 13-at, majd pedig a 7-et.
4. Egy bináris fában különböző számokat tárolunk úgy, hogy a fában tárolt mindegyik x értékre teljesül az, hogy x jobb gyereke (ha van) nagyobb, mint x , x bal gyereke (ha van) pedig kisebb, mint x . Mutassa meg, hogy ebből még nem következik, hogy ez egy bináris keresőfa.
5. Az órán tanult ládarendezés során feltettük, hogy az n méretű input tömb minden eleme a $\{0, 1, \dots, m - 1\}$ intervallumból kikerülő egész szám és azt is feltettük, hogy ezek a számok mind különbözőek. Módosítsa az órai algoritmust úgy, hogy akkor is jól működjön, ha egy szám többször is szerepelhet a tömbben. A lépésszám legyen továbbra is $O(n + m)$.
6. Egy bináris fa (nem feltétlenül bináris keresőfa) inorder bejárása: $j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$, preorder bejárása: $a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h$. Rekonstruálja a fát!
7. Igazolja, hogy az inorder bejárás növekvő sorrendben adja vissza egy bináris keresőfa csúcsaiban tárolt elemeket.
8. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES(x) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? Ha nem lehetséges, indokolja meg miért nem, ha pedig lehetséges, határozza meg az összes olyan x egész számot, amire ez megtörténhet.
9. Egy bináris keresőfa "valamely bejárásán" mindig a $\{pre, in, post\}$ -order valamelyikét értjük.
(a) Mely bejárásoknál lehetséges az, hogy a tárolt elemek legnagyobbika megelőzi a legkisebbet?
(b) Tegyük fel, hogy egy bináris keresőfában az $1, 2, \dots, n$ számok vannak tárolva, továbbá hogy a fa valamely bejárásánál a számok az $n, n - 1, \dots, 1$ sorrendben következnek. Határozzuk meg, melyik lehetett ez a bejárás és milyen lehetett ez a bináris keresőfa!
10. Adjon $O(n)$ időigényű algoritmust olyan n darab egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az $\{1, \dots, 3n\}$ tartományba esnek!