Algoritmusok és gráfok
NYOLCADIK HETI GYAKORLAT, 2018. október 26.

1. Adott a G irányított gráf a következő éllistával : a:b,c,d; b:e; c:e,f; d:e,f; e:g; f:e,g; g:-; h:f,g;
   (a) Futassa le az órán tanult BFS algoritmust a-ból kiindulva úgy, hogy lépésről lépéssre végigköveti, hogy hogyan változik a *bejárva* tömb, a Q sor és a T élhalmaz.
   (b) Mennyi lesz a csúcsok a-tól való távolsága?

2. Egy város úthálózata irányítatlan gráfként adott, a csúcsok a kereszteződések, az élek pedig a kereszteződések közt vezető utak, a gráf az A szomszédossági mátrix-szal van megadva. Filmforgatás miatt néhány utcát lezárnak, tudjuk, hogy melyeket, ez az információ egy másik nxn-es L mátrixban van megadva úgy, hogy $L[i,j]=1$, ha az i és j csomópont között lezárás van, egyébként $L[i,j]=0$. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust annak eldöntésére, hogy el tudunk-e jutni otthonunkból (ami egy csúcspontja a gráfnak) az egyetemre (ami egy másik csúcsa a gráfnak) a felszínen, csak létező lezáratlan utakat használva.

---

3. Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva, a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára az a kereszteződés. (Az az információ, hogy mely kereszteződések nehezek, egy, a csúcsokkal indexelt N tömbben adott, ahol $N[v]=1$, ha a csomópont nehéz, különben $N[v]=0$.)

   Írjon le egy algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál levő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma éllistás megadás esetén legyen $O(n+e)$, ahol n a csúcsok és e az élek száma.

4. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával : a:b,c; b:a,d; c:a,d; d:b,c,e,f; e:d,f,g; f:d,e,g,h; g:e,f,h; h:f,g;
   (a) Futassa le az órán tanult BFS algoritmust a-ból kiindulva úgy, hogy lépésről lépéssre végigköveti, hogy hogyan változik a *bejárva* tömb, a Q sor és a T élhalmaz.
   (b) Rajzolja be a gráfba a bejáráshoz tartozó szélességi feszítőfát.
   (c) Mennyi lesz a csúcsok a-tól való távolsága?

5. Egy $n \times n$-es sakktábla néhány mezőjén az ellenfél egy huszárja (lova) áll. Ha mi olyan mezőre lépünk, ahol az ellenfél le tud ütni, akkor le is üt, de egyébként az ellenfél nem lép. Valamelyik mezőn viszont a mi huszárunk áll. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy mely másik mezőkre tudunk (lólépések sorozatával) eljutni a nélkül, hogy az ellenfél leütne!

6. Egy éllistával adott irányítatlan G gráfban minden csúcs ki van színezve, piros, zöld vag kék színre (ez az információ egy, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott).
   (a) Adott egy piros s és egy piros t csúcs, szeretnénk meghatározni az s-ből t-be vezető legrövidebb olyan út hosszát, ami csak piros csúcsokon megy át. Adjon erre a feladatra $O(n+e)$ lépésszámú algoritmust.
   (b) Adjon olyan $O(n(n+e))$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza a legrövidebb olyan út hosszát s-ből t-be, ami legfeljebb egy kék csúcsot tartalmaz, minden más csúcs az úton piros.

7. Egy éllistájával adott irányított G gráfban szeretnénk meghatározni az összes olyan csúcsot, ahonnan egy adott t csúcs irányított úton elérhető. Adjon erre a feladatra $O(n+e)$ lépésszámú algoritmust.

8. Egy nxn-es táblázat minden mezőjére egy irány (észak, dél, kelet vagy nyugat) és két különböző, az $\{1,2,3,4,5,6\}$ halmazból kikerülő szám van írva. Egy mezőről úgy ugorhatunk tovább, hogy a mezőre írt irányba haladunk a két odaírt szám egyikével megegyező számú lépést (kockát). (Ha egy ugrás levezetne a tábláról, akkor azt nem hajthatjuk végre.) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben meghatározza, hogy legkevesebb hány ugrással tudunk eljutni a bal alsó sarokból a jobb felsőbe.