

Algoritmusok és gráfok

HETEDIK HETI GYAKORLAT, 2018. október 19.

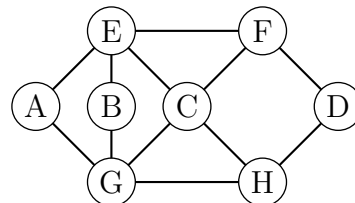
1. (a) Rajzolja le az alábbi szomszédossági mátrix-szal adott gráfot. Még mielőtt elkezdene rajzolni, döntse el a mátrix alapján, hogy a gráf irányított vagy irányítatlan.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) Mik a csúcsok fokszámai ebben a gráfban? Hogyan lehet ezt leolvasni a mátrixból a rajz nélkül?

3. (a) Rajzolja le az **a**: b, c; **b**: e, d; **c**: d; **d**: f; **e**: f; **f**:- szomszédossági lista által adott irányított gráfot.
 (b) Mennyi az egyes csúcsok ki-foka? Hogyan lehet ezt leolvasni a szomszédossági listából?
 (c) Ha szomszédossági mátrix-szal adnánk meg a gráfot, akkor hány 1-es lenne benne?
4. (a) Tegyük fel, hogy egy n csúcsú irányítatlan, egyszerű G gráf szomszédossági mátrix-szal adott. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza a gráf éleinek számát.
 (b) Tegyük fel, hogy egy n csúcsú irányított, egyszerű G gráf szomszédossági listával adott. Adjon $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza a gráf éleinek számát.

2. (a) Adja meg az alábbi (irányítatlan) gráf szomszédossági listáját (éllistáját):



- (b) Adjon meg egy feszítőfát a fenti gráfban.
 (c) Hány darab 1-es van a fenti gráf szomszédossági mátrixában?

5. Hogy néz ki az öt pontú teljes gráf
 (a) szomszédossági mátrixa?
 (b) szomszédossági listája?
 Az irányítatlan teljes gráf olyan gráf, ahol minden pontpár között pontosan egy él fut.
6. (a) Rajzolja le azt az irányítatlan gráfot, melynek szomszédossági listája:
a: b, f, g ; **b**: a, c, g; **c**: b, d, g; **d**: c, e, g;
e: d, f, g; **f**: a, e, g; **g**: a, b, c, d, e, f.
 (b) Adjon meg ebben a gráfban egy feszítőfát.
7. Adjon $O(n+e)$ lépésszámú algoritmust, ami egy n csúcsú és e élű irányított gráf szomszédossági listájából elkészíti a fordított szomszédossági listát: a fordított szomszédossági listában az u csúcs akkor van benne a v csúcs listájába, ha u -ból van él v -be.
 Ha például a szomszédossági lista **1**: 2,4; **2**: 3,4;
3: -; **4**: 3;, akkor a fordított szomszédossági lista **1**:; **2**: 1; **3**: 2,4; **4**: 1,2;
8. Van-e olyan fa, melyben a fokszámok:
 (a) 1, 1, 1, 1, 1, 3, 4? (b) 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4?
9. Egy egyszerű, irányítatlan G gráf éllistájával adott. Adjon algoritmust, ami eldönti $O(n + e)$ lépésben, hogy
 (a) van-e másodfokú csúcs a gráfban.
 (b) melyik a legnagyobb fokszám a gráfban.
 (c) melyik a leggyakoribb fokszám a gráfban.
10. Van-e olyan 8 csúcsú egyszerű, irányítatlan gráf, melyben a fokszámok:
 (a) 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 7?
 (b) 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6?
11. Egy fában minden pont foka 1, 2 vagy 3. Hány elsőfokú csúcs van, ha a 3 fokúak száma 5?
12. Az n csúcsú irányítatlan, egyszerű G gráf nem tartalmaz kört és k komponense van. Hány éle van G -nek?
13. Legyen G egy $2k$ csúcsú, egyszerű, irányítatlan gráf, ahol mindegyik csúcs foka legalább k . Lássá be, hogy a gráf összefüggő.