

Algoritmusok és gráfok
HATODIK HETI GYAKORLAT, 2018. október 12.

1. Vödrös hash-t használva akarunk számokat tárolni, a $h(k) = k \pmod{11}$ hash függvényt használva (azaz a k számot a k 11-es maradéka szerinti helyre akarjuk beilleszteni).
 - (a) Szúrjuk be a kezdetben üres, 11 méretű hash táblába a 2, 5, 12, 1, 3, 88, 23, 43, 10, 34 elemeket!
 - (b) Hány lépésről állnak az a) pontban feltöltött táblában a következő keresések: keres(1), keres(20), keres(45)?
 - (c) Hogyan zajlik az a) pont táblájában az 23 törlése?

2. Nyitott címmel hasheltünk egy 11 elemű táblába a $h(k) = k \pmod{11}$ hash-függvény és lineáris próba segítségével.
 - (a) A következő kulcsok érkeztek (ebben a sorrendben): 6, 5, 11, 17, 16, 3, 2, 14. Hogyan néz ki a tábla végső állapota?
 - (b) Hogyan zajlik az a) pontban kapott táblában a keres(16) művelet? És a keres(4)?
 - (c) Törölje az (a) pont táblájából a 2-es számot, majd kerese 15-öt a táblában. Mi történik, hol ér véget a keresés?
 - (d) Szúrja be most a 25-öt a táblába. Hova kerül végül a 25-ös szám?

3. A $h(k) = k \pmod{9}$ hash függvényt használva vödrös hasheléssel akarunk számokat tárolni. Minden n -re adjon olyan n hosszú számsorozatot, hogy az n szám beszúrása után egy következő keresés rossz esetben n lépésig tartson.

4. A $h(k) = k \pmod{7}$ hash függvénnyel akarunk számokat tárolni, nyílt címmel, lineáris próbával.

Helyezzük el a táblában a 3, 4, 7, 11, 14, 17 kulcsokat ebben a sorrendben, majd töröljük ki a 3-at. Hány lépésből áll ezután keres(5)? És keres(10)? Hogyan zajlik a törlés utáni táblában a 18 beszúrása?

5. A $T[0 : 3n - 1]$ hash táblában $2n$ elemet helyeztünk el egy ismeretlen hash-függvény segítségével, nyílt címmel, lineáris próbát használva. (Csak beszúrás volt, törlés nem fordult elő.) A táblában minden $3i$ indexű hely üresen maradt ($0 \leq i < n$). Legfeljebb hány ütközés lehetett a $2n$ darab beszúrás alatt összesen?

6. Egy m méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon $O(m)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet.

7. Az 1 és 91 közötti összes 3-mal osztható egész számot valamilyen sorrendben egy M méretű hash-táblába raktuk a $h(x) = x \pmod{M}$ hash-függvény segítségével, lineáris próbával. Ennek során hány ütközés fordulhatott elő, ha $M = 35$, illetve ha $M = 36$?

8. A $b_0 \dots b_n$ alakú $n + 1$ hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a b_0 paritásbit, ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki. Ha nyitott címmel hash-elést használunk $h(x) \equiv x \pmod{M}$ hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor $M = 2^n$ vagy $M = 2^n + 1$ méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?