Algoritmusok és gráfok
HARMADIK GYAKORLAT, 2018. szeptember 21.

1. Az alábbi pszeudokód a buborékrendezés nevű rendező algoritmust valósítja meg. Ennek inputja egy n hosszú T tömb, mely csupa különböző számot tartalmaz és az eljárás célja ezen számok növő sorrendbe való rendezése.

   (a) Hajtsa végre lépésről lépésre az algoritmust és kövesse, hogy hogyan változnak eközben az i és j változók értékei.
   (b) Lássa be, hogy az algoritmus helyes, azaz a végén rendezett lesz a tömb.
   (c) Hány összehasonlítást és hány cserét használunk az n méretű tömb rendezése során? Adjon ezekre minél pontosabb felső becslés, majd fogalmazzon meg állítást az algoritmus lépésszámáról az ordó jelölés használatával!

```
for i = n-1 to 1:
    for j = 0 to i-1:
        if T[j] > T[j+1]:
            T[j] és T[j+1] cseréje
```

2. (a) Lássa be, hogy ha egy algoritmus lépésszáma $n + n^2$, akkor a lépésszám $O(n^2)$.
   (b) Lássa be, hogy ha egy algoritmus lépésszáma $1000n^3 + 100n^2 + 10$, akkor a lépésszám $O(n^3)$.
   (c) Tegyük fel, hogy $f(n)$ és $g(n)$ olyan függvények, hogy $f(n) \leq g(n)$ teljesül minden n-re. Lássa be, hogy ha egy algoritmus lépésszáma $f(n) + g(n)$, akkor a lépésszám $O(g(n))$.

3. A 6,4,8,3,7,2,5,1 tömb rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre: 4,6,3,8,7,2,5,1
   Az alább felsorolt, tanult módszerek közül mely(ek) alkalmazásakor fordulhatott ez elő?
   (a) kiválasztásos rendezés, (b) beszúrásos rendezés, (c) buborékrendezés, (d) összefésüléses rendezés.

4. A csupa különböző valós számokból álló $a_0, \ldots, a_{n-1}$ sorozatot szeretnénk úgy átrendezni, hogy az új sorrendben $a_{i_0} < a_{i_1} > a_{i_2} < a_{i_3} \ldots$ teljesüljön.
   Adjon erre a feladatra $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust.

5. Adott egy n darab csupa különböző egész számot növekvő sorrendben tartalmazó tömb. (A tömbben negatív számok is lehetnek!) Adjunk $O(\log n)$ lépésszámú algoritmust egy olyan i index meghatározására, melyre $A[i] = i$ (feltéve, hogy van ilyen i).

6. Tegyük fel, hogy van egy számítógépes programunk, ami egy k méretű feladaton a jelenlegi gépünkön lefut egy másodperc alatt. Beszereztünk egy százszor gyorsabb számítógépet. Ugyanazon programmal mekkora feladatot lehet az új gépen egy másodperc alatt megoldani, ha a program lépésszáma n méretű feladat esetén
   (a) n,
   (b) n^3,
   (c) 2^n?

7. Mi az alábbi állításoknak a tagadása? Próbáljuk úgy megfogalmazni a tagadásokat, hogy ne szerepeljen bennük tagadószó.

   (a) Az évfolyamon minden hallgató fiú.
   (b) A teremben van olyan hallgató, aki magasabb, mint 170cm.
   (c) Van olyan hallgató, aki sokat tanul, de nem megy át a vizsgán.
   (d) Mindenki, aki átmegy a vizsgán, sokat tanult.