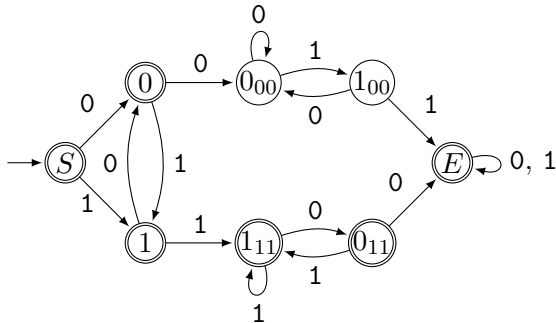


Algoritmelmélet
2. heti feladatsor megoldás

1. Az L nyelvbe azon $\{0,1\}$ ábécé feletti szavak tartoznak, melyekre igaz, hogy ha a szóban van 00, akkor van benne 11 is. (Tehát például 01101000101, 1110, 1010, ε a nyelv szavai, de 101001 nincs benne a nyelvben.) Adjon determinisztikus, teljes véges automatát erre a nyelvre, magyarázza el az állapotok jelentését és lássa be, hogy ez az automata tényleg a nyelv szavait fogadja el.

Megoldás



Az automata állapotaiban két dolgot tartunk nyilván:

- mi volt az utolsó olvasott karakter (ha volt más ilyen, illetve ha ez még érdekes egyáltalán)
- 00 és 11 közül mi szerepelt eddig

Az állapotok jelentése a következő:

- S : még nem olvastunk semmit
- 0: 0 volt az utolsó olvasott betű és eddig még se 00, se 11 nem volt
- 1: 1 volt az utolsó olvasott betű és eddig még se 00, se 11 nem volt
- 000: 0 volt az utolsó olvasott betű, 00 már volt, de 11 még nem volt
- 111: 1 volt az utolsó olvasott betű, 11 már volt, de 00 még nem volt
- 100: 1 volt az utolsó olvasott betű, 00 már volt, de 11 még nem volt
- 011: 0 volt az utolsó olvasott betű, 11 már volt, de 00 még nem volt
- E : volt már 00 és 11 is (ekkor már mindegy, hogy mit olvastunk utoljára)

Az automata állapotai között levő átmenetek megfelelnek az állapotok jelentésének, csak azt kell belátni, hogy az elfogadás jól történik.

A szavak négy félek lehetnek aszerint hogy volt-e bennük 00 és 11 és csak az a rossz, ha volt benne 00, de nem volt 11, minden más lehetőség esetén a szó jó:

- nem volt egyik sem, ezek az állapotok: S , 0, 1, itt el kell fogadnunk
- csak 00 volt, ezek a szavak rosszak, a megfelelő állapotok nem elfogadók: 000 és 100
- csak 11 volt, ezek a szavak jók, a megfelelő állapotok elfogadók: 011 és 111
- volt már 00 és 11 is, ezek is jók, az E állapot elfogadó

2. Tegyük fel, hogy az M determinisztikus TG minden bemenetre megáll és $L(M) = L$. Lássa be, hogy ekkor van olyan determinisztikus M_1 TG is, ami mindig leáll és éppen az L nyelv komplementerét, \overline{L} -t ismeri fel, azaz $L(M_1) = \overline{L}$.

Megoldás

Tekintsük azt az M_1 determinisztikus Turing gépet, aminek állapotai, kezdőállapota, ábécéi és szabályai megegyeznek M állapotaival, kezdőállapotával, ábécéivel és szabályaival, de M_1 -ben pontosan akkor elfogadó egy állapot, ha M -ben nem volt az.

M_1 determinisztikus TG, mert szabályai megegyeznek M szabályaival és M_1 mindig le fog állni, mert pontosan akkor áll le, amikor M leáll (hiszen szabályaik megegyeznek) és M minden inputra leáll.

M_1 pontosan akkor fog elfogadni egy x inputot, ha M_1 -ben elfogadónak számító állapotban állt le, de ez M_1 definíciója miatt éppen azt jelenti, hogy M nem elfogadóban állt le, azaz x nincs benne az $L = L(M)$ nyelvben, azaz $x \in \bar{L}$.