

## Karp-redukció

1. Igazolja, hogy  $2SZÍN \prec 3SZÍN$  és hogy  $3SZÍN \prec 100SZÍN$  ! Mit mondanak ezek a Karp-redukciók a 3 nyelv bonyolultságáról?
2. Mutassa meg, hogy ha  $X \prec Y$ , akkor  $\overline{X} \prec \overline{Y}$  is igaz.
3. Az  $L$  nyelv az olyan  $G$  egyszerű gráfokból áll, melyeknél a csúcsok színezéséhez kell legalább 4 szín. Igazolja, hogy a  $PRÍM \prec L$  Karp-redukció létezik!
4. Adjon meg egy  $HAM \prec S-T-HAMÚT$  Karp-redukciót!
5. Bizonyítsa be, hogy ha  $L_1 \prec L_2$  és  $L_2 \in NP$ , akkor  $L_1 \in NP$ .
6. Tudjuk, hogy  $L_1 \prec L_2$  és hogy az  $L_2$  komplementere Karp-redukálható a  $PARTÍCIÓ$  nyelvre. Igazolja, hogy ekkor  $L_1 \in coNP$  !
7. Igazolja, hogy léteznek az alábbi Karp-redukciók! (a)  $RH \prec HAM$  (b)  $ÖSSZEFÜGGŐ \prec 3SAT$   
(c)  $ÖSSZEFÜGGŐ \prec PÁROS$   
( $ÖSSZEFÜGGŐ$  az összefüggő gráfok nyelve,  $PÁROS$  meg a páros gráfoké)
8. Adjon Karp-redukciót a  $PARTÍCIÓ$  problémáról a  $RH$  problémára!
9. Igazolja, hogy ha  $coNP \neq NP$ , akkor  $MAXKLIKK \notin P$ .
10. Igazolja, hogy ha egy  $X$  eldöntési probléma  $NP$ -teljes és  $X \in NP \cap coNP$ , akkor  $NP = coNP$ .
11. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges Boole-formuláról polinom időben eldönti, hogy a  $SAT$  nyelvnek eleme vagy nem. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott  $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$  formulához a változóknak egy olyan értékelését, amelyet ha a  $\varphi$ -be behelyettesítünk, akkor a formula értéke igaz lesz?
12. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges  $n$  csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy van-e benne Hamilton-kör. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott  $G$  gráfban egy Hamilton-kört?