

Turing-gépek

1. Készítsen veremautomatát az $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb \mid a \mid b$ nyelvtanból és adjon meg az $ababa$ szóhoz egy elfogadó számítást (ha van ilyen)!
2. Álljon L azokból a $\{0, 1\}$ feletti sorozatokból, melyekben a középső karakter 0. Igazolja, hogy L környezetfüggetlen nyelv!
3. Legyen L_r egy tetszőleges reguláris nyelv és legyen L_c egy tetszőleges környezetfüggetlen nyelv.
 - (a) Mutasson olyan példát, amikor $L_r \cap L_c$ nem reguláris!
 - (b) Igazolja, hogy $L_r \cap L_c$ mindig környezetfüggetlen!
 - (c) Mutasson olyan példát, amikor L_1 és L_2 is környezetfüggetlen, de $L_1 \cap L_2$ nem az!
4. Legyen $\Sigma = \{1\}$, az 1-szalagos Turing-gép átmeneti függvénye $\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, J)$, $\delta(q_0, *) = (q_2, *, J)$, $\delta(q_1, 1) = (q_3, 1, J)$, $\delta(q_3, 1) = (q_0, 1, J)$, kezdő állapot a q_0 , elfogadó a q_3 . Mi a gép által elfogadott nyelv?
5. A 2-szalagos M Turing-gép átmeneti függvényét a következő táblázat írja le, ahol $*$ jelöli a szalagon az üres jelet és q_0 a kezdő állapotot:

állapot	1. szalag	2. szalag	1. szalag	2. szalag	új állapot	
q_0	0	*	0	H	X J	q_1
	1	*	1	H	X J	q_1
	*	*	*	H	* H	q_5
q_1	0	*	0	J	0 J	q_1
	1	*	1	J	1 J	q_1
	*	*	*	H	* B	q_2
q_2	*	0	*	H	0 B	q_2
	*	1	*	H	1 B	q_2
	*	X	*	B	X J	q_3
q_3	0	0	0	H	0 J	q_4
	1	1	1	H	1 J	q_4
q_4	0	0	0	B	0 H	q_3
	0	1	0	B	1 H	q_3
	1	0	1	B	0 H	q_3
	1	1	1	B	1 H	q_3
	0	*	0	H	* H	q_5
	1	*	1	H	* H	q_5

- (a) Mi a 2. szalag tartalma, amikor a gép q_2 állapotba kerül?
 - (b) Mi az $L(M)$ nyelv, ha q_5 az egyetlen elfogadó állapot?
 - (c) Legfeljebb hány lépést tehet a gép egy n hosszú bemeneten, mielőtt megáll?
6. Adjon Turing-gépet a $\{w\#w : w \in \{0,1\}^*\}$ nyelvhez! Adjon felső becslést a Turing-gép lépésszámának nagyságrendjére!
7. Vázoljon Turing-gépet az alábbi nyelvekhez! Nem szükséges precízen megadni az átmeneteket, elegendő a működés elvét (részletesen) leírni.
 - (a) $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$
 - (b) $\{a^i b^j c^k : i + j = k \text{ és } i, j, k \geq 1\}$
 - (c) $\{a^i b^j c^k : i \cdot j = k \text{ és } i, j, k \geq 1\}$
8. Legyen $\Sigma = \{0, 1, +, =\}$. Vázoljon egy Turing-gépet ahhoz a nyelvhez, amelyik az olyan $x+y=z$ alakú szavakból áll, ahol $x, y, z \in \{0, 1\}^*$ nem üres bitsorozatok, és ha ezeket binárisan felírt számoknak tekintjük, akkor valóban z az x és y összege. Adjon becslést a Turing-gép lépésszámára!
9. Az M_1 Turing-gép az $L_1 \subseteq \{0, 1\}^*$, az M_2 Turing-gép az $L_2 \subseteq \{0, 1\}^*$ nyelvet fogadja el, a gépeknek egy-egy szalagja van. Ezek segítségével vázoljon egy olyan (akár több szalagos) Turing-gépet, ami az $L_1 \cap L_2$ nyelvet fogadja el!