

Veremautomaták, környezetfüggetlen nyelvek

1. Legyen a nyelvtan:  $S \rightarrow AB \quad A \rightarrow 0A1 \mid 01 \quad B \rightarrow 1B0 \mid 10$ 
  - (a) Adjon meg egy levezetési fát és egy bal-levezetést a 001110 szóhoz!
  - (b) Határozza meg a nyelvtan által generált nyelvet!
2. Legyen  $S \rightarrow AS \mid A \quad A \rightarrow 0A1 \mid 01$ 
  - (a) Adjon meg egy levezetési fát és egy bal-levezetést a 01010011 szóhoz!
  - (b) Határozza meg a nyelvtan által generált nyelvet!
3. Adjon környezetfüggetlen nyelvtant az alábbi nyelvekre! Egyértelműek a megadott nyelvtanok?
  - (a)  $L = \{a^n b^{n+1} : n \geq 0\}$
  - (b)  $L = \{a^n b^{2n} : n \geq 0\}$
  - (c) Az  $\{a, b\}$  feletti palindromok nyelve
  - (d)  $L = \{a^n b^k c^\ell : n = k \text{ vagy } n = \ell\}$
4. Egyértelműek-e az alábbi nyelvtanok? Egyértelműek-e az általuk generált nyelvek?
  - (a)  $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb \mid a \mid b$
  - (b)  $S \rightarrow TT \mid U \quad T \rightarrow 0T \mid T0 \mid \# \quad U \rightarrow 0U00 \mid \#$
5. Legyen az ábécé  $\Sigma = \{0, 1\}$ , a veremautomata állapotai  $Q = \{A, B, C\}$ , amiből  $A$  a kezdő állapot és  $C$  az egyetlen elfogadó állapot,  $Z$  a verem kezdő szimbóluma. A veremautomata állapotátmeneti függvénye:  $\delta(A, 0, \varepsilon) = \{(A, a)\}$ ,  $\delta(A, 1, \varepsilon) = \{(A, b)\}$ ,  $\delta(A, \varepsilon, \varepsilon) = \{(B, \varepsilon)\}$ ,  $\delta(B, 0, a) = \{(B, \varepsilon)\}$ ,  $\delta(B, 1, b) = \{(B, \varepsilon)\}$ ,  $\delta(B, \varepsilon, Z) = \{(C, \varepsilon)\}$ .
  - (a) Adja meg a lehetséges számításokat a 010 szó esetén!
  - (b) Elfogadja az automata a 0110 szót?
  - (c) Mi az automata által elfogadott nyelv?
  - (d) Adjon meg ehhez a nyelvhez egy környezetfüggetlen nyelvtant!
6. Készítsen veremautomatát a palindromok nyelvéhez!
7. Adjon veremautomatát az alábbi nyelvekhez!
  - (a)  $L_a = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ és } i + j = k\}$
  - (b)  $L_b = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ és } j + k = i\}$
  - (c)  $L_c = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ és } i + k = j\}$
8. Készítsen veremautomatát a jó zárójelezések nyelvéhez!
9. Adjon veremautomatát az alábbi nyelvekhez!
  - (a)  $L_a = \{a^n b^m : 2n = m \geq 1\}$
  - (b)  $L_b = \{a^n b^m : 2n \geq m \geq n \geq 1\}$
10. Tekintsük az előadáson szerepelt egyértelmű nyelvtant az aritmetikai kifejezésekre.
  - (a) Adjon meg az  $a + a * a * a + a$  szóhoz egy levezetési fát!
  - (b) Ha a levezetési fa alapján számoljuk ki a kifejezés értékét, akkor milyen sorrendben végezzük el a műveleteket?
  - (c) Egészítse ki a nyelvtant úgy, hogy a kivonás is szerepeljen benne!
  - (d) Mi lesz ennél a nyelvtannál az  $a - a + a - a$  levezetési fája? Mi a műveletek sorrendje?
11. Adjon meg egy környezetfüggetlen nyelvtant, ami az összes olyan helyes kifejezést generálja, amiben szorzás, hatványozás és zárójelek lehetnek! A nyelvtan legyen egyértelmű és tükrözze a műveletek szokásos sorrendjét (azaz, ha nincs zárójel, akkor előbb hatványozunk, és pl. a  $2^{3^4}$ -nél előbb a  $3^4$ -et kell kiszámolni és ez lesz a 2 kitevője).