

## 2-3-fa, hash

1. Egy 2-3-fában 4 elem van. Egyértelmű-e a 2-3-fa?
2. Adjon egy 2-3-fát amely az 5,8,21,63 elemeket tartalmazza, majd sorban szűrje be a 69,32, 7,23,25 elemeket!
3. Egy 2-3-fa gyökerének három fia van, a benne szereplő két érték 40 és 50. Mennyi lehet a tárolt elemek minimális, illetve maximális száma, ha tudjuk, hogy csak pozitív egész számokat tárol a fa?
4. Az  $[1, 178]$  intervallumba eső összes egész számot egy 2-3-fában tároljuk. Tudjuk, hogy a gyökérben két útjelző van, és az első ezekből a 17. Mi lehet a második?
5. Nyitott címzéssel hash-elünk egy kezdetben üres  $M = 11$  méretű táblába a  $h(x) = x \pmod{M}$  hash-függvénnyel. Mi lesz a tábla állapota, ha a 4, 5, 14, 15, 16, 26, 3 kulcsokat a megadott sorrendben beszúrjuk és az ütközések feloldására
  - (a) lineáris próbát használunk?
  - (b) kvadratikus maradék próbát használunk?
  - (c) kettős hash-elést használunk, amikor  $h'(x) = 7x \pmod{M-1}$  a második hash-függvény?
 Hány ütközés történt az egyes esetekben?
6. Előfordulhat-e nyitott címzéses hash-elés esetén, hogy az  $n > 3$  méretű táblában csak 3 elem van, de a keresés lépésszáma  $n$ ?
7. Jó választás-e  $M = 7$  méretű táblánál az  $h(x) = x^2 \pmod{7}$  hash-függvény?
8. A  $T[0 : M]$  táblában  $2n$  elemet ( $n < M/3$ ) helyeztünk el valamilyen hash-függvény segítségével, amikor azt tapasztaltuk, hogy az elemek mindegyike az első  $3n$  hely egyikére került. Ha nem volt közben törlés és a végén a táblában minden  $3i$  indexű hely üres maradt ( $0 \leq i < n$ ), akkor legfeljebb hány ütközés lehetett, ha
  - (a) lineáris próbát használtunk?
  - (b) kvadratikus maradék próbát használtunk?
9. Egy  $m$  méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon  $O(m)$  lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet!
10. A  $b_0 \dots b_n$  alakú  $n + 1$  hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a  $b_0$  paritásbit (ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki). Ha nyitott címzésű hash-elést használunk  $h(x) \equiv x \pmod{M}$  hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor  $M = 2^n$  vagy  $M = 2^n + 1$  méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?