

Ládapakolás, dinamikus programozás

1. A LÁDAPAKOLÁS feladatban legyenek a súlyok: $s_1 = 0,4$; $s_2 = 0,7$; $s_3 = 0,1$; $s_4 = 0,6$. Hajtsa végre erre (a) az FF algoritmust; (b) az FFD algoritmust! (c) Hány ládát használ az optimális pakolás?
2. A LÁDAPAKOLÁS feladatban legyen két súly 0,34 és négy súly 0,33 értékű. Hajtsa végre erre (a) az FFD algoritmust! (b) Hány ládát használ az optimális pakolás?
3. Tekintsük a LÁDAPAKOLÁS problémának azt a speciális esetét, amikor minden súly $1/2$ vagy 1 . Igazolja, hogy ez a változat P-ben van!
4. Egy f fokú létrán bizonyos fokok annyira rozogák, hogy ha rálépünk, leszakadnak. Szerencsére tudjuk, hogy melyik fokok ilyenek, hova nem szabad lépni. Egy lépéssel legfeljebb 3 fokot tudunk lépni. Adjon dinamikus programozást használó algoritmust ami meghatározza, hogy (a) a létra aljától fel tudunk-e jutni a létra legfelső fokára! (b) a létra aljától hányféleképpen tudunk feljutni a létra legfelső fokára! (Feltehető, hogy a legfelső fokra rá szabad lépni.) Mennyi az algoritmusok lépésszáma?
5. Egy $n \times n$ méretű táblázat mezőin lépkedünk a bal alsó sarokból a jobb felső sarokba úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk, de van néhány „tiltott” mező, ahova nem léphetünk. Adjon egy dinamikus programozást használó eljárást, ami meghatározza, hogy hányféleképpen érhetünk célba!
6. Egy $n \times n$ méretű táblázat minden eleme egy pozitív egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Azt szeretnénk, hogy a lépegetés során látott elemek növekvő sorrendben kövessék egymást. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy (a) hány a szabályoknak megfelelő út van! (b) mekkora a legnagyobb értékű, a szabályoknak megfelelő út, ha egy út értéke a benne szereplő számok szorzata!
7. Legyen $s_1s_2 \dots s_n$ és $t_1t_2 \dots t_m$ egy n és egy m hosszú karaktersorozat. Azt szeretnénk, hogy az $n \times m$ méretű A mátrix $A[i, j]$ eleme tartalmazza azt a legnagyobb k számot, melyre az $s_1s_2 \dots s_i$ és a $t_1t_2 \dots t_j$ sorozatok utolsó k karaktere megegyezik. Adjon eljárást, ami az A tömböt $O(nm)$ lépésben kitölti.
8. Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1a_2 \dots a_n$ és a másik $b_1b_2 \dots b_m$, akkor olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexeket keresünk, hogy $a_{i+1}a_{i+2} \dots a_{i+t} = b_{j+1}b_{j+2} \dots b_{j+t}$ teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(nm)$ lépést használó algoritmust.
9. Adott egy n és egy m hosszú 0-1 sorozat, a_1, a_2, \dots, a_n , illetve b_1, b_2, \dots, b_m . Ezek alapján egy T tömböt töltöttünk ki a következő módon:
 Ha $0 \leq i \leq n$, akkor $T[i, 0] = 0$. Ha $0 \leq j \leq m$, akkor $T[0, j] = 0$.
 Ha $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$, akkor $T[i, j] = \begin{cases} T[i-1, j-1] + 1 & \text{ha } a_i = b_j \\ \max\{T[i, j-1], T[i-1, j]\} & \text{ha } a_i \neq b_j \end{cases}$
 Mi a jelentése a $T[i, j]$ értéknek! A két sorozatnak milyen tulajdonságát adja meg a $T[n, m]$ érték?
10. Éllistával adott egy n pontú e élű G irányított gráf, ami egy DAG. Adjon $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, ami minden v pontra meghatározza azoknak az utaknak a számát
 (a) amelyek egy rögzített s pontból v -be visznek!
 (b) amelyek v -ből egy rögzített t pontba visznek!