

11. gyakorlat
Minimális költségű feszítőfa

- G irányítatlan gráf a következő éllistával (zárójelben a költségek, az élek mindkét végpontjából fel vannak sorolva):
a:b(2),c(3); b:a(2),d(2); c:a(3),d(1); d:b(2),c(1),e(2),f(4); e:d(2),f(1),g(2); f:d(4),e(1),g(2),h(1); g:e(2),f(2),h(3);
h:f(1),g(3);
Keressünk G -ben Prim algoritmusával minimális költségű feszítőfát g -ből kiindulva!

2. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust a legnagyobb súlyú feszítőfa megkeresésére!
3. Az alábbi szomszédossági listával adott gráfon (ahol x és y ismeretlen, nem feltétlenül egész élsúlyok) Prim algoritmusát futtattuk.
A : $B(1), C(x)$; **B** : $A(1), C(2), D(x)$; **C** : $A(x), B(2), D(y), E(y)$; **D** : $B(x), C(y), E(1)$;
E : $D(1), C(y)$
Mik lehetnek x és y lehetséges értékei, ha tudjuk, hogy az A csúcsból indított algoritmus az AB, BD, DE, BC éleket választotta ki, ebben a sorrendben.
4. A szoftverpiacon n féle grafikus formátum közötti oda-vissza konverzióra használatos programok kaphatók: az i -edik és a j -edik között oda-vissza fordító program ára a_{ij} , futási ideje pedig t_{ij} (ha létezik).
(a) Javasoljunk módszert annak megtervezésére, hogy minden egyes formátumról a saját grafikus terminálunk által megértett formátumra a lehető leggyorsabban konvertáljunk! (Az ár nem számít.)
(b) Javasoljunk módszert annak eldöntésére, hogy mely programokat vásároljuk meg, ha azt szeretnénk a lehető legolcsóbban megoldani, hogy a megvett programok segítségével bármelyik formátumról bármelyik más formátumra képesek legyünk konvertálni. (Itt a futási idő nem számít).
5. Egy nagy filmes produkció filmet akar forgatni a városunkban. A város térképe egy irányítatlan gráffal adott, ahol a csúcsok a csomópontok az élek pedig a közvetlen utak közöttük. A filmesek minél több utat szeretnének lezárni a forgatás idejére, de minden egyes szakasz lezárásáért pénzt kérünk, a konkrét összeget tudjuk minden útra. (A filmeknek az összes út lezárására van pénzük.) Adjon algoritmust, ami meghatározza, hogy mely utakat engedjük lezárni, ha a lezárás közben a városnak működnie kell (mindenhonnan mindenhova el kell tudni jutni) és a bevételünket maximalizálni akarjuk. A lépésszám legyen $O(n^2)$.
6. Mátrixával adott egy $G(V, E)$ irányítatlan gráf, melynek minden éléhez egy pozitív súly tartozik. A gráf minden csúcsa vagy egy raktár vagy egy boltot jelképez, az élsúlyok a megfelelő távolságokat jelentik. Olyan G' részgráfját keressük G -nek, amely minden csúcsot tartalmaz, és amelyben minden bolthoz van legalább egy raktár, ahonnan oda tudunk szállítani (azaz van köztük út a gráfban). Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust egy a feltételeknek megfelelő minimális összsúlyú G' részgráf megkeresésére.
7. Éllistával adott a $G = (V, E)$ egyszerű, összefüggő gráf. A gráf élei súlyozottak, a súlyfüggvény $c : E \rightarrow \{-1, 1\}$. Adjon algoritmust, ami G -ben $O(|V| + |E|)$ lépésben meghatározza, hogy mennyi a minimális súlya egy olyan részgráfnak, ami G minden pontját tartalmazza és összefüggő. [ZH 2008. 06. 03.]