

10. gyakorlat  
Mélylési bejárás, DAG

1. Az éllistájával adott alábbi  $G$  irányított gráfot járja be mélylési bejárással, az  $a$  csúcsból indulva, adja meg a mélylési és befejezési számokat és osztályozza gráf éleit.  $G$ :  $a:b,c$ ;  $b:-$ ;  $c:d,e,f$ ;  $d:f,g$ ;  $e:b$ ;  $f:-$ ;  $g:h$ ;  $h:d,b$ .
  2. Éllistájukkal adottak az alábbi  $G_1$  és  $G_2$  irányított gráfok (zárójelben az élsúlyok).  
 $G_1$ :  $a:b(3),c(8)$ ;  $b:d(-7)$ ;  $c:d(5)$ ;  $d:e(2)$ ;  $e:a(-10)$ ;  
 $G_2$ :  $a:g(2),f(10)$ ;  $b:a(-2),g(1)$ ;  $c:-$ ;  $d:-$ ;  $e:c(5),d(6)$ ;  $f:e(7)$ ;  $g:f(1)$ ,  $e(8)$ ;  
(a) Döntsük el mélylési bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok DAG-ok-e!  
(b) Amelyik gráf DAG, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet, határozzuk meg az  $a$  jelű csúcsból a  $c$ -be vezető legrövidebb út hosszát és számítsuk ki a gráfban levő leghosszabb út hosszát is.
- 
3. A 6 pontú  $G$  gráf csúcsait jelölje  $x, y, z, u, v, w$ . A gráf egy mélylési bejárásánál a mélylési, ill. a befejezési számok a következők:  $x$ : 1,6;  $y$ : 2,4;  $z$ : 6,5;  $u$ : 3,3;  $v$ : 4,1;  $w$ : 5,2. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélylési feszítőfa éleit. Rekonstruálható-e  $G$  az előző számok ismeretében?
  4. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban  $n$  akrobata van, adott mind-egyikük magassága és súlya. Adjon algoritmust, amely  $O(n^2)$  lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.
  5. Legyen  $G$  egy irányítatlan összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
    - (a)  $G$  minden  $f$  éléhez van  $G$ -nek olyan mélylési bejárása, amelyben  $f$  egy faél?
    - (b)  $G$  minden  $f$  éléhez van  $G$ -nek olyan szélességi bejárása, amelyben  $f$  egy faél?
    - (c)  $G$  minden  $F$  feszítőfájához van  $G$ -nek olyan mélylési bejárása, amelyben  $F$  minden éle faél?
    - (d)  $G$  minden  $F$  feszítőfájához van  $G$ -nek olyan szélességi bejárása, amelyben  $F$  minden éle faél?
  6. Éllistával adott egy  $G$  gráf, melynek  $n$  csúcsa és  $e$  éle van. A gráf minden csúcsához hozzá van rendelve egy 1 és  $k$  közötti egész szám (címke). Találjunk (ha létezik) olyan *tarka* utat a gráfban, amelyben minden  $1 \leq i \leq k$  címke pontosan egyszer fordul elő. Az algoritmus lépésszáma legyen  $O(k!(e+n))$ .
- 
7. Éllistával adott a  $G$  gráf, ami egy  $n$  pontú és  $e \geq n-1$  élű DAG. Adjon  $O(ne)$  lépésszámú algoritmust, ami minden  $i, j$  pontpárra meghatározza az  $i$ -ből  $j$ -be vezető utak számát.
  8. Egy számítógéphálózatban  $n$  számítógép van. Minden olyan eseményt, hogy az  $i$ -edik gép üzenetet küld a  $j$ -ediknek  $(i, j, t)$  formában feljegyezzük, ahol a  $t$  egész szám az üzenet küldésének időpontját jelöli. Ugyanabban a  $t$  időpontban egy gép több gépnek is küldhet üzenetet. Ha a  $t$  időpontban az  $i$ -edik gép vírusos volt, akkor egy  $(i, j, t)$  üzenet hatására a  $j$ -edik gép megfertőződhet, ami azt jelenti, hogy a  $t+1$  időponttól kezdve már a  $j$ -edik gép is vírusos lehet. Legyen adott az  $(i, j, t)$  hármasonak egy  $m$  hosszú listája, valamint  $x, y$  és  $t_0 < t_1$  egész számok. Azt kell eldöntenünk, hogy ha az  $x$ -edik gép a  $t_0$  időpontban vírusos volt, akkor lehet-e emiatt az  $y$ -edik gép a  $t_1$  időpontban vírusos. Adjon algoritmust, ami ezt a kérdést  $O((t_1 - t_0)n + m)$  lépés után megválaszolja.