

14. gyakorlat
NP-teljeség

1. Mutassa meg, hogy az alábbi eldöntési probléma NP-teljes, úgy, hogy visszavezeti rá a MAXFTLEN ismert NP-teljes problémát: adott G gráf és $a, b > 0$ egészek esetén van-e a G gráfnak a $K_{a,b}$ teljes páros gráffal izomorf feszített részgráfja? [kábé ZH. 2005.05.26/4]
 2. Bizonyítsa be, hogy NP-teljes az alábbi eldöntési probléma: az adott a_1, \dots, a_n egész számok három részre oszthatóak-e úgy, hogy mindhárom rész összege ugyanannyi legyen? [kábé ZH. 2004.06.03/4]
 3. Mutassa meg, hogy az alábbi eldöntési probléma P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes: adott egy $G(V, E)$ egyszerű gráf, melyre igaz, hogy $|E| \leq 2|V|$, kérdés, hogy a G gráf színezhető-e 3 színnel. [ZH. 2005.06.09/4]
 4. Tudjuk, hogy P-beli annak eldöntése, hogy egy gráf síkgráf-e. Legyen a SÍK-MAXKLIKK eldöntési probléma a következő: adott egy G gráf és egy k egész, kérdés, hogy G olyan síkgráf-e, amiben van k pontú klikk. Mutassa meg, hogy ez a probléma NP-teljes, vagy mutassa meg, hogy P-ben van.
 5. Jelölje P_1 azt az eldöntési problémát, hogy egy irányítatlan gráf összefüggő-e, P_2 pedig azt, hogy egy irányítatlan gráfban van-e Hamilton-kör. Lehetséges-e, hogy $P_1 \prec P_2$, illetve hogy $P_2 \prec P_1$? Válaszát indokolja is meg!
-
6. Tegyük fel, hogy $P \neq NP$. Az alábbi feltételek közül melyikből következik és melyikből nem következik hogy az X eldöntési probléma nem P-beli?
 - (a) Egy NP-teljes Y problémára X Karp-redukálható.
 - (b) Egy NP-teljes Y probléma Karp-redukálható X -re.
 - (c) az X probléma NP-beli. [ZH 2008.06.10]
 7. Egy n emberből álló szervezetben b féle bizottság működik. Bizottsági ülések időpontját akarjuk kitűzni. Két különböző bizottság ülése akkor lehet azonos napon, ha nincs olyan ember, aki mindkét bizottságnak tagja. Legyen adott egy k pozitív egész szám és minden bizottsághoz a tagok névsora. Azt szeretnénk eldönteni, hogy a b bizottsági ülés kitűzhető-e összesen legfeljebb k különböző napra. Vagy adjon egy, a kívánt beosztást megtaláló polinomiális algoritmust vagy mutassa meg, hogy a feladathoz tartozó eldöntési probléma NP-teljes. [ZH. 2008. 05.07.]
 8. Egy hivatal új épületbe fog költözni. Az épület minden emeletén ugyanakkora terület használható fel irodák kialakítására. Minden részleg megmondta, hogy összesen mekkora irodaterületre tart igényt. Azt akarjuk eldönteni, hogy meg lehet-e oldani a költözést úgy, hogy egyetlen részleg se legyen kettévágva, azaz egy részleg teljes egészében egy emeleten legyen (de egy emeletre kerülhet több részleg is). Igazolja, hogy a kapcsolódó eldöntési probléma P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes. [ZH. 2007. 06.19.]
 9. Tekintsük a Hátizsák problémának azt a folytonos változatát, amikor a tárgyak tetszőlegesen darabolhatóak, egy s_i súlyú v_i értékű tárgynak vehetjük az r -edrészét ($0 \leq r \leq 1$ racionális szám), és akkor ennek a résznek rs_i a súlya, rv_i az értéke. Definiálja az ehhez tartozó FOLYTHÁTIZSÁK eldöntési problémát és vagy mutassa meg, hogy P-ben van vagy azt, hogy NP-teljes. [ZH. 2008. 06.03.]