

1. Mutassa meg, hogy az alábbi  $L$  nyelv NP-teljes úgy, hogy visszavezeti rá a MAXFTLEN ismert NP-teljes nyelvet:  
 $L = \{(G, a, b) : a, b > 0 \text{ egészek, a } G \text{ gráfnak van a } K_{a,b} \text{ teljes páros gráffal izomorf feszített részgráfja}\}$
2. Bizonyítsa be, hogy NP-teljes az alábbi nyelv:  $L = \{(a_1, \dots, a_n) : a_i \text{ számok egészek és a számok három részre oszthatóak úgy, hogy mindhárom rész összege ugyanannyi legyen}\}$
3. Mutassa meg, hogy az alábbi  $L$  nyelv P-ben van, vagy azt, hogy NP-teljes:  
 $L = \{G(V, E) : G \text{ irányítatlan gráf, } |E| \leq 2|V|, \text{ a } G \text{ gráf színezhető 3 színnel}\}$ .
4. Egy hivatal új épületbe fog költözni. Az épület minden emeletén ugyanakkora terület használható fel irodák kialakítására. Minden részleg megmondta, hogy összesen mekkora irodaterületre tart igényt. Azt akarjuk eldönteni, hogy meg lehet-e oldani a költözést úgy, hogy egyetlen részleg se legyen kettévágva, azaz egy részleg teljes egészében egy emeleten legyen (de egy emeletre kerülhet több részleg is). Igazolja, hogy a problémához kapcsolódó nyelv P-ben van, vagy azt, hogy a nyelv NP-teljes.
5. Jelölje  $L_1$  az irányítatlan összefüggő gráfokból álló nyelvet és  $L_2$  a Hamilton-kört tartalmazó gráfokból álló nyelvet. Lehetséges-e, hogy  $L_1 \prec L_2$ , illetve hogy  $L_2 \prec L_1$ ? Válaszát indokolja is meg!
6. Egy  $n$  emberből álló szervezetben  $b$  féle bizottság működik. Bizottsági ülések időpontját akarjuk kitűzni. Két különböző bizottság ülése akkor lehet azonos napon, ha nincs olyan ember, aki mindkét bizottságnak tagja. Legyen adott egy  $k$  pozitív egész szám és minden bizottsághoz a tagok névsora. Azt szeretnénk eldönteni, hogy a  $b$  bizottsági ülés kitűzhető-e összesen legfeljebb  $k$  különböző napra. Vagy adjon egy, a kívánt beosztást megtaláló polinomiális algoritmust vagy mutassa meg, hogy a feladathoz tartozó nyelv NP-teljes.
7. Igazolja, hogy ha  $\text{coNP} \neq \text{NP}$ , akkor  $\text{MAXKLIKK} \notin \text{P}$ .