Algoritmuselmélet zárthelyi
2006. április 7.

1. Előfordulhat-e nyitott címzéses hash-elés esetén, hogy az $n > 3$ méretű táblában csak 3 elem van, de a keresés lépésszáma n ?

2. Adott n különböző elem, ezek közül keressük a kicsiket. A beszúrásos, az összefésüléses, illetve a kupacos rendezést a szokásos módon futtatva nagyságrendileg hány összehasonlítást végzünk, amíg megtudjuk, hogy melyik az első k darab legkisebb elem?

3. Legyen G egy irányítatlan összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
(a) G minden f éléhez van G-nek olyan mélységi bejárása, amelyben f egy faél?
(b) G minden f éléhez van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben f egy faél?
(c) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?
(d) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

4. Adott egy kupac, mely n darab számot tartalmaz. Egy új kupacot szeretnénk építeni az eredeti kupac elemeinek (-1)-szereseiből. (Ehhez, ha akarjuk, használhatjuk az eredeti kupacot.) Mutassa meg, hogy az új kupac elkészítéséhez használt összehasonlítások száma $\Theta(n)$.

5. Vidéken autózunk, ahol benzinkút csak bizonyos falvakban van. Az A falubeli benzinkúttól indulunk és a B faluba akarunk elérni (ahol szintén van benzinkút). A falvak közötti utakat egy n csúcsú e élű, összefüggő, irányítatlan gráf írja le, melynek csúcsai a falvak, az élek pedig a falvak közötti utakat jelentik, egy él súlya a két falut összekötő útszakasz hossza. A gráf az éllistájával adott, és ezen kívül adott még az a k falu, amelyben van benzinkút. Adjon $O(ke \log n)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza az A-ból B-be vivő legrövidebb olyan útvonalat, melynek során soha nem kell 600 kilométernél többet autóznunk két benzinkút között.

6. Egy n szóból álló szöveget kell sorokra tördelni. A szöveg i-edik szava ℓ_i karakterből áll, egy sor s karakter hosszú. Ha egy sor a szöveg i-edik szavával kezdődik és a j-edik szóval végződik, akkor az elválasztó szóközöket is figyelembe véve $t = s - (\ell_i + \ell_{i+1} + \cdots + \ell_j + j - i)$ üres hely marad a sor végén. Egy ilyen sor hibája legyen t^2. A tördelés hibája a nem üres sorok hibáinak összege. Adjon $O(n^2)$ lépéses algoritmust egy legkisebb hibájú tördelés meghatározására! (A szavak sorrendje rögzített.)