Algoritmuselmélet pótzárthelyi
2006. május 2.

1. Egy kezdetben üres M=11 méretű hashtáblába egész számokat szúrunk be nyitott címzéssel, a $h(K) = K$ mod 11 hash függvényt használva. Előállhat-e 7 elem beszúrása után (törlés nem volt) az alábbi helyzet, ha
(a) lineáris próbálással
(b) kvadratikus maradék próbával
oldjuk fel az ütközéseket?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	12		27	5	16		19	9	20	

2. Az $A[1:n]$ tömb csupa különböző számot tartalmaz, majdnem növekvő sorrendben: csak egymás melletti elemek állhatnak rosszul. (Azaz $A[1:n]$ olyan, hogy ha $1 \leq i < j \leq n$ és $A[i] > A[j]$, akkor $j = i + 1$.) Az A tömböt akarjuk rendezni úgy, hogy a szokásos módon futtatjuk (változtatás nélkül) a beszúrásos, az összefésüléses, illetve a buborékrendezést. Nagyságrendileg hány mozgatással jár az egyes módszerek alkalmazása egy ilyen speciális $A[1:n]$ tömbön?

3. A $B[1:n]$ tömbben adott n darab nem feltétlenül különböző egész szám és adott egy k szám. Adjon $O(n \log n)$ összehasonlítást használó algoritmust a k. leggyakoribb tömbbeli elemek megkeresésére. (Azonos gyakoriságú elemek is előfordulhatnak, ilyenkor azokat keressük, melyeknek a gyakorisága a k. legnagyobb az előforduló gyakoriságok között.
Például ha a

10	2	10	7	10	4	2	7	10

tömbben keressük a második leggyakoribb elemeket, akkor a válasz a 2 és a 7.)

4. Bizonyítsa be, hogy bináris keresőfából való naiv törlés nem kommutatív, azaz mutasson egy olyan F bináris keresőfát és benne olyan a és b elemeket, melyekre igaz, hogy ha előbb a-t töröljük F-ből, majd b-t, akkor más fát kapunk eredményül, mintha előbb b-t töröltük volna F-ből és utána a-t.

5. Az n csúcsú G egyszerű, irányított gráf minden f éléhez egy $0 < p_f < 1$ valós számot rendelünk, ami az adott él megbízhatóságát jelöli. Egy irányított út megbízhatósága az út éleihez tartozó p_f számok szorzata. Legyen G szomszédsági mátrixával adott és legyen c és d a G két kitüntetett csúcsa. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust az c-ből d-be vezető legmegbízhatóbb út megbízhatóságának meghatározására.

6. Legyenek $X = x_1x_2 \ldots x_n$ és $Y = y_1y_2 \ldots y_m$ olyan szavak, melyek n illetve m betűből állnak. A Z szót X és Y összefésülésének nevezzük, ha Z hossza $n + m$ és Z bizonyos betűi (az adott, Z-beli sorrendben) kiadják az X szót, míg a Z-ből így kimaradó betűk (az adott, Z-beli sorrendben) kiadják Y-t. (Pl. „lámpás” összefésülése a „láp” és „más” szavaknak.) Adjon algoritmust, ami adott X, Y, Z szavak esetén $O(nm)$ lépésben eldönti, hogy Z összefésülése-e X-nek és Y-nak.