Valószínűségszámítás B **9. (pénteki) gyakorlat** **2020. tavasz**

1. Egy szabályos pénzérmét addig dobálunk, amíg másodszorra nem kapunk fejet. Jelölje X a szükséges dobások számát.
   a) $P(X = 5) = ?$
   b) Adjuk meg X eloszlását!
   c) Adjuk meg X várható értékét!
   d) Adjuk meg X szórásnégyzetét!

2. Egy mérés elvégzéséhez két lehetőségünk van. Vagy egy drága készülékkel mérünk egyet, ahol a mérés hibája $N(0, 1)$ eloszlású, vagy egy olcsó készülékkel mérünk háromszor, és a méréseredményeket átlagoljuk, ahol viszont a mérés hibája már $N(0,\ 1{,}6)$ eloszlású. Melyik mérési technika adja a pontosabb mérést?

3. Az emberek testsúlyát $N(75, 12)$ eloszlással modellezzük. Ha egy négyszemélyes lift 320 (kg)-os összteherbírású, akkor mennyi a valószínűsége, hogy egy négy fős csoport túlsúlyos lesz?

4. Feldobunk három szabályos kockát. Jelölje Y a dobott értékek összegét. Adja meg $E(Y)$-t és $\sigma^2(Y)$-t!

5. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n \sim U(0, 1)$ páronként függetlenek. Mennyi az $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ várható értéke és szórásnégyzete?

6. *Legyenek $X \sim N(5, 2)$ és $Y \sim N(4, 3)$ függetlenek. Adja meg a $P(X < Y)$ valószínűséget!

---

7. Egy 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzunk visszatevés nélkül 2 lapot. Legyen X_p, ill. X_z a kihúzott piros, ill. zöld színű lapok száma! Adjuk meg X_p és X_z kovarianciáját!

8. Kétszer dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott hatosok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adjuk meg X és Y együttes eloszlását, kovarianciáját. Függetlenek X és Y?

9. Legyen $X \sim N(m, \sigma)$, és legyen $Y = 3X + 8,\ Z = 5 - 2X$. Adjuk meg Y és Z kovarianciáját!

10. Legyenek $X, Y \sim N(0, 1)$ függetlenek! $V = X + Y$ és $W = X - Y + 1$. Adjuk meg V és W kovarianciáját!

11. Bizonyítsuk be, ha X és Y azonos szórású valószínűségi változók, akkor $X+Y$ és $X-Y$ korrelálatlanok!

12. *Ultizásnál a 32 lapos magyar kártyacsomagból kettőt talonba osztanak. Jelölje X a talonba került piros színű lapok, Y pedig az ászok számát!
    a) Számoljuk ki X és Y kovarianciáját!
    b) Független-e X és Y?

---

13. Egy 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzunk visszatevés nélkül 2 lapot. Legyen X_p, ill. X_z a kihúzott piros, ill. zöld színű lapok száma! Számoljuk ki X_p és X_z korrelációs együtthatóját, $R(X_p, X_z)$-t!

14. Egy szabályos kockával dobunk ismételten. X az első dobás, Y a második dobás eredménye. Számoljuk ki $R(X, X + Y)$-t!

15. Legyen $X \in N(m, D),\ Y = 3X + 8,\ Z = 5 - 2X$. Számoljuk ki az $R(Y, Z)$ korrelációs együtthatót!

16. Legyen $X \in N(0, 1)$ és $Y \in E(1)$ függetlenek. Legyen $Z = X - 2Y$ és $V = 3X + Y$. Számolja ki az $R(Z, V)$ korrelációs együtthatót.

17. Egy kalapban egy-egy cédulára fel vannak írva az 1, 2, 3 számjegyek. Egymás után, visszatevés nélkül kiveszünk két cédulát. X az első, Y a második húzás eredménye.
    a) Adjuk meg $R(X, Y)$-t!
    b) Függetlenek-e X és Y?

18. * Egy dobozban 1 piros és 3 fehér golyó van. Visszatevéssel húzunk 50-szer. X jelentse a kihúzott pirosak számát az első 30, Y pedig az utolsó 30 húzás során. Határozzuk meg az X és Y korrelációs együtthatóját!