Ismétlő feladatok

Zárthelyi dolgozatra készüléshez

1. Legyenek az A és B független események, C pedig mindkettőjüket kizáró esemény. Tegyük fel, hogy $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(C) = \frac{1}{3}$. $\mathbb{P}\left(\overline{A} \cap B \cup C\right)$ =?

2. Egy tesztelés alatt lévő gyártóeszközről kiderül, hogy a vizsgált gyártmány 0,15 valószínűséggel anyaghibás, 0,3 valószínűséggel mérethibás, és 0,2 valószínűséggel felületi hibás. A hibák páronként függetlenek, de együttesen nem: 0,02 valószínűséggel egyszerre következik be mindhárom hibatípus. Mennyi a valószínűsége, hogy egy termék hibátlan?

3. Két urna közül az egyikben 5 zöld és 7 kék, a másikban 3 zöld és 8 kék golyó van. Az elsőből találomra átrakunk kettőt a másodikba, majd onnan átteszünk egyet az elsőbe. Mi az esélyünk kék golyó húzására, ha a) az első b) a második urnából húzunk?

4. A vizsgázók 75%-a A szakos, 15%-a B szakos, és 10%-a C szakos. Annak az eseménynek a valószínűsége, hogy egy hallgató ötöst kap, az A szakosok esetében 0,4, a B szakosoknál 0,7, és a C szakosoknál 0,6. Ha egy személyről tudjuk, hogy ötösre vizsgázott, akkor milyen valószínűséggel lehet
   a) A, b) B, c) C szakos?

5. Aladár és Béla a következő játékot játsszák: mindketten dobnak egy-egy dobókockával, és ha egyikőjük legalább kétszer akkorát dob, mint a másik, akkor a vesztes kifizeti a dobott számok összegének háromszorosát a nyertesnek (egyébként döntetlen). Mennyi Aladár nyereményének várható értéke?

6. Válasszunk ki egy pontot véletlenszerűen az egységnégyzetben. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a pont közelebb van a négyzet egy oldalához, mint egy átlójához?

7. Tekintsük azt az f valós függvényt, amire $f(x) = \alpha \cdot x^4$, ha $x \in (2, 3)$, és 0 egyébként. Milyen α paraméterérték mellett lesz ez sűrűségfüggvény? Adja meg ebben az esetben a megfelelő eloszlásfüggvényt. Jelölje X a sűrűségfüggvényhez tartozó valószínűségi változót. Mennyi $\mathbb{P}(X > 12)$ illetve $\mathbb{E}(X)$?

8. Legyen Y olyan valószínűségi változó, aminek sűrűségfüggvénye valamilyen $\alpha \in \mathbb{R}$ esetén
   $$f_Y : x \mapsto \begin{cases} \frac{\alpha}{(1+x)^2} & \text{ha } -5 < x < -2, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$
   Határozzuk meg a $\mathbb{P}(-4 < Y < -3)$ valószínűséget. (2019, pótZH)

9. Egy kosárba próbálunk bedobni egy papírgalacsint. A találat valószínűsége minden próbálkozásnál 0,2 (a többi próbálkozástól függetlenül). Mennyi a szükséges próbálkozások átlagos száma? Ha az első találat után tovább próbálkozunk, várhatóan hányadik dobásra találunk be másodszor?

10. Tíz berendezést egyszerre kapcsolunk be. Mindegyik berendezés hibamentes működési ideje órában számítva exponenciális ideig tart, $\lambda = \frac{1}{9}$ paraméterrel, egymástól függetlenül. Mekkora valószínűséggel fog közülük legalább öt működni 10 óra múlva?

11. Egy telefonra az első hívás beérkezésének ideje örökifjú tulajdonságú. Mi az első hívás érkezésének várható ideje, ha 0,5 annak az esélye, hogy 3 órán belül nem érkezik hívás.

12. A márkaszervizbe a tulajdonosok időnként betelefonálnak a kérdéseikkel (egymástól függetlenül, egyforma valószínűséggel). Annak a valószínűsége, hogy egy óra alatt nem történik hívás, 25%.
    a) Várhatóan hány hívás érkezik 3 óra alatt?
    b) Mi annak a valószínűsége, hogy 8 órából legalább 2-ben legfeljebb 1 hívás érkezik be?

13. Egy városban az utakon 25% az olyan napok aránya, amikor egyetlen baleset sem történik. Rengeteg autó közlekedik, nagyságrendileg minden nap ugyanannyi, és minden autó egymástól független, egyforma valószínűséggel okoz balesetet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a jövő héten pontosan 2 napon lesz 1-nél több baleset?