

Számításelmélet szigorlati (új) tételsor „A” tételsor

1. Végtelen halmazok számossága: egyenlő, kisebb-egyenlő, illetve kisebb számosságú halmaz definíciója, Cantor-Bernstein-tétel (NB). Megszámlálhatóan végtelen és kontinuum számosságú halmaz. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} számossága és ezek összehasonlítása a természetes számok számosságával. Véges ábécé feletti szavak és nyelvek halmaza, e halmazok számossága. Hatványhalmaz, Cantor-tétel (*). \mathbb{N} hatványhalmazának számossága (*). Kontinuum-hipotézis (NB).
2. Determináns definíciója, alaptulajdonságai (*), kiszámítása, kifejtési tétel (*). Mátrixok, műveletek mátrixokkal, ezek tulajdonságai (*). Determinánsok szorzástétele (NB). Mátrix inverze, létezésének szükséges és elégséges feltétele, az inverz kiszámítása. Mátrix rangja, a rangfogalmak egyenlősége (*). Gráf szomszédossági mátrixa, hatványainak jelentése; gráf illeszkedési mátrixa, annak rangja (*).
3. Lineáris egyenletrendszer megoldása Gauss-eliminációval, megoldhatóság, a megoldás egyértelműségének feltétele. $n \times n$ -es lineáris egyenletrendszer egyértelmű megoldhatóságának jellemzése a determináns segítségével (*), általános egyenletrendszer megoldhatóságának jellemzése a rang segítségével (*). Térbeli koordinátageometria: sík egyenlete, egyenes egyenletrendszere, metszéspontok és metszéspontok számítása.
4. Vektortér definíciója, példák. Altér, lineáris kombináció, generált altér, generátorrendszer. Lineáris függetlenség, a kétféle definíció ekvivalenciája. Kicserélési tétel (*). Bázis, vektorok bázis szerinti felírásának egyértelműsége. Dimenzió, a dimenzió egyértelműsége.
5. Lineáris leképezés fogalma, példák. Lineáris leképezés mátrixa, vektor képének meghatározása a mátrix segítségével. Lineáris leképezések szorzata, szorzat mátrixa (*). Lineáris leképezések magtere, képtere, ezek altér volta. Dimenziótétel (*).
6. Lineáris transzformációk, illetve négyzetes mátrixok sajátértékei, sajátvektorai. A sajátértékek és sajátvektorok meghatározása. Sajátaltér, ennek altér volta.
7. Kombinatorikus leszámplálási alapfeladatok, példák. Binomiális tétel. Gráfelméleti alapfogalmak: gráf, egyszerű gráf, izomorfia, részgráf, feszített részgráf, élsorozat, út, kör, összefüggőség, összefüggő komponens, fa, feszítőfa. Fák egyszerű tulajdonságai. Cayley-tétel (*).
8. Minimális költségű feszítőfa keresése. Piros-kék algoritmus (*). Prim módszere, a módszer lépésszáma naív és kupacos (*) implementáció esetén. Kruskal algoritmus, megvalósítása UNIO-HOLVAN adatszerkezettel, lépésszáma (*). Borúvka módszere (*).
9. Legrövidebb utak keresése. Szélességi bejárás, lépésszáma. Dijkstra algoritmus (*), lépésszáma mátrixos (*) és éllistas (*) megadással. Bellman-Ford algoritmus, lépésszáma mátrixos megadás esetén. Floyd algoritmus, lépésszáma mátrixos megadás esetén (*).

10. Mélységi bejárás, lépésszáma, mélységi és befejezési számozás, az élek osztályozása irányított és irányítatlan gráfok esetén. Alkalmazások: DAG tulajdonság ellenőrzése (*), topologikus sorrend keresése (*), legrövidebb és leghosszabb út keresése DAG-ban, PERT módszer.
11. Síkbarajzolhatóság, kapcsolat a gömbre rajzolhatósággal, Euler-tétel (*), felső becslés az élek számára. Kuratowski-gráfok, ezek síkba nem rajzolhatósága, Kuratowski-tétel (NB), Fáry-Wagner-tétel (NB). Dualitás, gyenge izomorfia fogalma, absztrakt dualitás, Whitney tételei (NB).
12. Hamilton-körök és -utak. Szükséges feltétel Hamilton-kör/út létezésére. Elégséges feltételek: Ore (*) és Dirac tétele. Hamilton-kör keresés bonyolultsága (*). Euler-körök és -utak, ezek létezésének szükséges és elégséges feltétele.
13. Gráfok színezése. $\chi(G)$ fogalma és viszonya $\omega(G)$ -hez, illetve $\Delta(G)$ -hez. Brooks tétele (NB). Mycielski konstrukciója (*). Intervallumgráfok színezése. Perfekt gráf fogalma. Síkbarajzolható gráfok kromatikus száma (*). 3-SZÍN nyelv bonyolultsága (*). Élkromatikus szám, $\chi_e(G)$ viszonya $\Delta(G)$ -hez, Vizing-tétel (*).
14. Páros gráfok. Párosítások páros gráfban, magyar módszer (*), lépésszáma. König tétele (*), Hall tétele (*), Frobenius tétele (*). Párosítások tetszőleges gráfban, ν és τ kapcsolata, Tutte tétele (csak a szükségesség bizonyításával). Gallai tételei (közülük szabadon választhatóan az egyik bizonyításával).
15. Hálózat, hálózati folyamatok. A javító utas algoritmus. Ford-Fulkerson tétel (*), Edmonds-Karp tétel (NB). Egészértékűségi lemma. A folyamprobléma általánosításai. Menger tételei (*). Többszörös összefüggőség, élösszefüggőség. Dirac tétele (NB).
16. Oszthatóság, felbonthatatlan és prímtulajdonságú számok. A számelmélet alap-tétele (*). Osztók száma. A prímek számának végtelensége. Kongruencia fogalma, alpműveletek kongruenciákkal. Lineáris kongruenciák, a megoldhatóság szükséges és elégséges (*) feltétele. Wilson tétele (*).
17. Teljes és redukált maradérendszer, φ -függvény definíciója. Euler-Fermat-tétel (*), kis Fermat-tétel. Euklideszi algoritmus.
18. Számelmélet és algoritmusok: alpműveletek, hatványozás az egészek körében és modulo m . Prímtesztelés (feladata, Fermat-féle teszt, Carmichael számok). Nyilvános kulcsú titkosítás.
19. Művelet fogalma, félcsoport, csoport, Abel-csoport, részcs csoport, elem rendje. Példák: csoportok számokon, mátrixokon, rajzok szimmetriacsoportja, ciklikus csoport, diédercsoport, szimmetrikus csoport. Csoportok izomorfiaja. Mellékosztály, Lagrange tétele (*), elemrend és csoport rendjének kapcsolata.
20. Gyűrű és test fogalma. Példák: \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , $n \times n$ -es mátrixok, polinomok, \mathbb{Z}_p . Komplex számok, algebrai és trigonometrikus alak, alpműveletek komplex számokkal. Komplex szám n -edik gyöke, egységgyökök.

„B” tételsor

1. Rendezési feladat. Buborékrendezés, lépésszáma (*). Beszúrásos rendezés, lépésszáma. Rendezett sorozatok összefésülése, az összefésülés lépésszáma, összefésüléssel rendezés, lépésszáma (*). Alsó korlát az összehasonlítás alapú rendezésekre (*). Gyorsrendezés, lépésszáma (*). Ládarendezés, radixrendezés (*), lépésszámuk (*).
2. Kupac adatszerkezet, műveletek, lépésszámuk, kupacépítés (*). Kupacos rendezés, lépésszáma. Lineáris és bináris keresés rendezett halmazban, a keresés lépésszáma, alsó korlát. Bináris keresőfák, műveletek, lépésszámuk.
3. AVL-fák, szintszám (*), műveletek (*), lépésszámuk (*). 2-3 fák, szintszám, műveletek, lépésszámuk. B-fák, műveletek (*), lépésszámuk (*).
4. Vödrös hash-elés, a műveletek lépésszáma (*). Nyitott címzésű hash-elés: lineáris és kvadratikus maradék próba (*), kettős hash-elés. Jó hash-függvények (*). A hash-elés alkalmazhatósága, összehasonlítva a keresőfákkal.
5. A Turing-gép fogalma, működése. A többszalagos Turing-gép szimulálása egyszerűen, az idő és tárkorlát változása (*). A Chomsky nyelvosztályok kapcsolata a Turing-gép változataival (*). Univerzális Turing-gépek létezése (*). Church-Turing-tézis.
6. Rekurzív és rekurzívan felsorolható nyelvek és rekurzív, illetve parciálisan rekurzív függvények. Az R, RE, coR és coRE nyelvosztályok kapcsolata. Nevezetes nyelvek, bonyolultságuk: diagonális nyelv, univerzális nyelv (*), megállási nyelv, dominó probléma (*), Post megfeleltetési feladata (NB), környezetfüggetlen nyelvtanokkal kapcsolatos eldönthetetlen feladatok (*).
7. Kolmogorov-bonyolultság: adott Turing-gépre vett bonyolultság, invarianciatétel, a Kolmogorov bonyolultság definíciója, a definíció értelmessége. Összenyomhatatlanság, összenyomhatatlan szavak létezése (*), a C függvény bonyolultsága (*).
8. Idő- és tárkorlátos Turing-gépek. Tár-idő-tétel (*). Nevezetes nyelvosztályok: P, PSPACE, EXPTIME, ezek kapcsolata.
9. Nemdeterminisztikus Turing-gépek, idő és tár-bonyolultságuk. NP és coNP nyelvosztály, ezek kapcsolata P-vel és R-rel. Tanú-tétel (*). Példák NP és coNP-beli nyelvekre.
10. Karp-redukció, a Karp-redukció tranzitivitása. NP-teljesség. Cook-Levin-tétel (*). További nyelvek NP-teljesége: 3-SAT (*), 3-SZÍN (*), MAXFTLEN, X3C (NB), H (NB), RH (NB), Ládapakolás (NB).
11. Dinamikus programozás: elve, példák a korábbi algoritmusok közül, hátizsák probléma megoldása kis súlyok esetén, az algoritmus lépésszáma. Közelítő algoritmusok: elv, algoritmus a ládapakolási feladatra (*).
12. Véges automata. Véges automaták determinizálása és teljesen specifikálása. Minimálautomata, konstrukciója, unicitása (*). Kétirányban mozgó véges automata, kapcsolata az egyirányban mozgó véges automatával (*).

13. Generatív nyelvtanok, Chomsky-nyelvosztályok. A generatív nyelvek számossága. Bal- és jobb-reguláris nyelvtanok, kapcsolatuk (*), reguláris nyelvek. Véges automaták és reguláris nyelvek kapcsolata.
14. Reguláris nyelvek zártsági tulajdonságai: metszet, unió (*), komplementer, konkatenált, tranzitív lezárt (*). Pumpálási lemma reguláris nyelvekre (*). Reguláris halmazok, kapcsolatuk a reguláris nyelvekkel (*).
15. Környezetfüggetlen nyelvek. Környezetfüggetlen nyelvtanok jólfésült alakra hozása. Chomsky-normálformára hozás. Greibach-normálforma (*). Rekurzió és balrekurzió kiküszöbölhetősége.
16. Veremautomaták. Állapottal és üres veremmel elfogadó veremautomaták, ezek kapcsolata. Mélységbe látó veremautomata, kapcsolata a nem mélységbe látó veremautomatával (*). Környezetfüggetlen nyelvtanok és veremautomaták kapcsolata (*), környezetfüggetlen nyelvtanból veremautomata konstruálása.
17. Pumpálási lemma környezetfüggetlen nyelvekre (*). A környezetfüggetlen nyelvek zártsági tulajdonságai: metszet, unió, komplementer, konkatenált (*), tranzitív lezárt (*). Determinisztikus környezetfüggetlen nyelvek. A determinisztikus környezetfüggetlen nyelvek zártsági tulajdonságai: metszet, unió, komplementer (*).
18. A fordítás fogalma. Véges fordító. Reguláris (*) és környezetfüggetlen nyelvek zártsági tulajdonságai a véges fordítás esetén. Veremfordító, szintaxis vezérelt fordítási séma, kapcsolatuk (*).
19. Levezetési fa környezetfüggetlen nyelvtanok esetén. Környezetfüggetlen nyelvtanok és nyelvek egyértelműsége. A környezetfüggetlen nyelvtanok elemzésének célja. Cocke-Younger-Kasami algoritmus. Az Earley-algoritmus.
20. Balelemzés. Az LL(k)-elemzés algoritmus (erős és gyenge). LL(k) nyelvtanok (*) és nyelvek (*).
21. Jobbelemzés. Az LR(k)-elemzés algoritmus. LR(k) nyelvtanok (*) és nyelvek (*). Prefix tulajdonságú nyelvek, kapcsolatuk az LR(k)-elemzéssel (*).
22. A precedenciaelemzés algoritmus. Erős és gyenge precedencia-nyelvtanok, erősen és gyengén precedencia-elemezhető nyelvek kapcsolata (*). Az operátor precedencia elemzés.