

A számítástudomány alapjai

Katona Gyula Y.

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Normál-fák

Normál-fák

A *Jelek és rendszerek* tárgy számára szükséges, hogy tanítsuk meg a **normális fa (vagy normál fa)** fogalmát. Ezt kétféle értelemben is szokták használni:

(1) Ha egy villamos hálózatban feszültségforrások, áramforrások és ellenállások vannak, akkor a hálózat egyértelmű megoldhatóságának szükséges feltétele, hogy a feszültségforrások körmentes és az áramforrások vágásmentes részgráfot alkossanak. (Utóbbi feltétel úgy is mondható, hogy az áramforrások elhagyása után is összefüggő maradjon a gráf.) Nyilván ez a két feltétel egyidejűleg akkor és csak akkor teljesül, ha a hálózat grájában van olyan feszítőfa, mely az összes feszültségforrást tartalmazza és egyetlen áramforrást sem. Az ilyen fákat hívják normális (vagy normál) fának.

Jegyezzük egyébként meg, hogy a normális fák létezése csak szükséges feltétele a hálózat egyértelmű megoldhatóságának, de például ha az ellenállások mind pozitívak, akkor már elégséges is.

Normál-fák

(2) Ha egy villamos hálózatban feszültségforrások, áramforrások és ellenállások mellett tekercsek és kondenzátorok is vannak, akkor változatlanul a hálózat egyértelmű megoldhatóságának szükséges feltétele, hogy a feszültségforrások körmentes és az áramforrások vágásmentes részgráfot alkossanak.

Ilyenkor azonban a hálózat grájában olyan feszítőfát keresnek, mely amellet, hogy az összes feszültségforrást tartalmazza és egyetlen áramforrást sem, még azt is teljesíti, hogy a lehető legtöbb kondenzátort és a lehető legkevesebb tekercset tartalmazza. **Ugyanis az ilyen fában található kondenzátorok és az ilyen fa komplementerében levő tekercsek együttes száma adja meg a hálózatot leíró differenciálegyenlet rendjét. A differenciálegyenlet megoldásához azért hasznos ezt a mennyiséget tudni, mert ennyi peremfeltétel adható meg a kondenzátorok feszültségére és a tekercsek áramára.** Ilyenkor ezért az ilyen feszítőfákat hívják normális (vagy normál) fának.

Normál-fák előállítás

Matematikailag nyilván arról van szó, hogy a gráf élhalmazát 3 vagy 5 diszjunkt részre osztjuk és az egyes részhalmazokon belül azonos súlyokat rendelünk az élekhez, majd **minimális összsúlyú feszítőfát keresünk.**

Az (1) esetben pl. legyen a feszültségforrások súlya 1, az ellenállásoké 2, az áramforrásoké 3, míg a (2) esetben pl. legyen a feszültségforrások súlya 1, a kondenzátoroké 2, az ellenállásoké 3, a tekercseké 4 és az áramforrásoké 5. Ha a kapott minimális összsúlyú feszítőfa nem tartalmaz minden feszültségforrást és/vagy tartalmaz áramforrást, akkor a hálózat nem oldható meg egyértelműen, ha viszont minden feszültségforrást tartalmaz és egyetlen áramforrást sem, akkor a (2) esetben automatikusan teljesíteni fogja a másik követelményt is.