

R E N D S Z E R O P T I M A L I Z Á L Á S  
Tizenharmadik szerdai előadás, 2023. június 1.

Az alábbi problémák esetében (az utolsót kivéve) a feladat az, hogy megfogalmazzuk a problémát egészértékű programozási feladatként, majd a kapott modellt megoldjuk (például) a MS Excellel.

1. Egy kosárlabdaedző szeretné kijelölni a hét fős csapatából a kezdőötöst. Mind a hét játékosát leponozta labdakezelésből, lövésből, lepattanó szerzésből és védelemből is egy 1-től 3-ig terjedő skálán (ahol az 1-es a legrosszabb, a 3-as a legjobb). Az alábbi táblázat mutatja ezeket a pontszámokat, valamint hogy az egyes játékosok milyen pozíciókra alkalmasak a pályán.

Játékos	Pozíció	Labdakezelés	Lövés	Lepattanó szerzés	Védelem
1	Hátvéd	3	3	1	3
2	Center	2	1	3	2
3	Hátvéd/Bedobó	2	3	2	2
4	Bedobó/Center	1	3	3	1
5	Hátvéd/Bedobó	1	3	1	2
6	Bedobó/Center	3	1	2	3
7	Hátvéd/Bedobó	3	2	2	1

Az öt tagú kezdőötösnek meg kell felelni az alábbi feltételeknek:

- Legalább 3 játékosnak alkalmasnak kell lenni hátvéd pozícióra, legalább 2-nek bedobó, legalább 1-nek pedig center pozícióra.
- A kezdőötös tagjainak pontszámátalaga labdakezelésből, lövésből és lepattanó szerzésből is (külön-külön) legalább 2 kell legyen.
- Ha a 3-as játékos a kezdőötösben van, akkor a 6-os nem lehet.
- Ha az 1-es játékos a kezdőötösben van, akkor a 4-esnek és az 5-ösnek is benne kell lennie.
- A 2-es és a 3-as játékosok közül legalább egynek a kezdőötösben kell lennie.

A fenti feltételek figyelembevételével az edző maximalizálni szeretné a kezdőötös együttes védőerejét (vagyis a védelmi pontjaik összegét).

2. Gizi kifőzdéje minden nap hajnali fél 6-tól délután fél 2-ig működik. A működéshez konyhai kisegítőket alkalmaznak, akiket 4 órás műszakokra vesznek fel. A műszakok mindig egész órákor kezdődnek, a legkorábbi hajnali 5-kor, a legkésőbbi 10-kor. Mivel a kora reggeli időszávokra nehezebben találunk munkaerőt, ezért az első három órában (5-től 8-ig) 1200 Ft-os órabért fizetnek, utána (tehát 8-tól délután 2-ig) már csak 1000 Ft-osat. (Így ha például egy kisegítő munkás 6-tól 10-ig dolgozik, akkor összesen 4400 Ft-ot keres.) Gizi úgy szeretné megtervezni a munkások beosztását, hogy minden órában legalább az alábbi táblázatban írt számú kisegítő dolgozzon, de a kifizetendő összes órabér a lehető legalacsonyabb legyen.

	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14
minimum létszám	2	3	5	5	3	2	4	6	3

3. Egy helyi újságban két oldalon jelennek meg hirdetések, mindkettőn 620 cm<sup>2</sup> hely van a hirdetések számára. Az egyik számban 13 hirdető szeretne hirdetést megjelentetni, a megrendelt hirdetések mérete: 84,7 cm<sup>2</sup>, 88,9 cm<sup>2</sup>, 94,6 cm<sup>2</sup>, 98,7 cm<sup>2</sup>, 102,9 cm<sup>2</sup>, 107,8 cm<sup>2</sup>, 111,4 cm<sup>2</sup>, 118,3 cm<sup>2</sup>, 121,1 cm<sup>2</sup>, 128,8 cm<sup>2</sup>, 130,9 cm<sup>2</sup>, 136,5 cm<sup>2</sup> és 141,6 cm<sup>2</sup>. Az újság a mérettel arányosan állapítja meg a hirdetések árát, ezért akkor jár a legjobban, ha a két oldalon együttesen a lehető legkevesebb hely marad szabadon. Az újság hirdetési igazgatója szeretné eldönteni, hogy a megrendelések közül melyeket vállalja el és az elvállaltak közül melyiket melyik oldalra tegye. (Feltehető, hogy a hirdetések hosszmeretei kellően rugalmasan változtathatók a terület megváltoztatása nélkül és így mindig betördelhetők a két oldalra, ha az összterületük oldalanként nem haladja meg a 620 cm<sup>2</sup>-t.)

4. Öt munkás áll rendelkezésre négy feladat elvégzésére. Az alábbi táblázat mutatja, hogy az egyes munkásoknak mennyi ideig tart (órában) az egyes feladatok elvégzése.

	1. Feladat	2. Feladat	3. Feladat	4. Feladat
1. Munkás	10	15	10	15
2. Munkás	12	8	20	16
3. Munkás	12	9	12	18
4. Munkás	6	12	15	18
5. Munkás	16	12	8	12

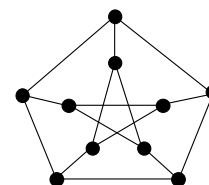
Minden munkás legfőlőbb egy feladatot végezhet el (és a munkások nem osztozhatnak a feladatokon). A cél az, hogy úgy rendeljünk munkásokat minden elvégzendő feladathoz, hogy az összes munka-  
idő a lehető legkevesebb legyen. (Bónusz kérdés: hogyan lehetne IP helyett hatékony algoritmussal megoldani ezt a feladatot?)

5. Űrhajót terveznek Mars expedíció céljára. Az űrhajónak három lezárható kamrája lesz, mindegyikben önálló életvédelmi rendszer működik majd. Ezeknek a rendszereknek a fő alkotórésze egy kisebb oxigenizáló készülék lesz, amely szükség esetén beindít egy kémiai folyamatot és oxigént termel. Ezeket a készülékeket azonban lehetetlen előre tesztelni, pedig ismert, hogy ennek a kémiai folyamatnak a beindulása esetenként meghíúsul. Ezért alapvető fontosságú, hogy mindegyik rendszer több tartalék készüléket tartalmazzon. Mivel a három kamrára vonatkozó előírások némileg különbözőek, az egyes kamrákba telepítendő készülékek jellemzői is eltérőek. A feladat most az, hogy dönteni kell az egyes kamrákba telepítendő készülékek számáról figyelembe véve a teljes űrhajóra megadott korlátokat a készülékeknek rendelkezésre álló térfogatra, súlyra és költségekre vonatkozóan. Az alábbi táblázat mutatja ezeket a korlátokat, valamint az egyes kamrákba telepítendő készülékek meghibásodásának valószínűségét.

Kamra	Térfogat (cm <sup>3</sup> )	Tömeg (kg)	Költség (Euró)	Meghibásodás valószínűsége
1	40	15	40,000	30%
2	50	20	45,000	40%
3	30	10	35,000	20%
Korlát	500	200	500,000	

Ha egy vagy két kamrában mindegyik készülék meghibásodik, az asztronauták még mindig átmehetnek a megmaradó(k)ba és folytathatják a küldetésüket, bár némileg csökken az általuk elvégezhető tudományos mérések mennyisége. Ha viszont mindhárom kamrában meghibásodik az összes készülék, az asztronauták ugyan biztonságban visszatérhetnek a Földre, de a teljes expedíciót le kell állítani. Ezért a cél az, hogy minimalizáljuk a valószínűségét annak, hogy minden készülék meghibásodjon, miközben betartjuk a fenti korlátozásokat és azt a további előírást is, hogy minden kamrában legfőlőbb 5% lehet a valószínűsége az összes oda telepített készülék együttes meghibásodásának.

6. Az ábrán látható Petersen-gráf minden csúcsát pirosra vagy kékre színezzük. Végül minden olyan élért, aminek mindkét végét kékre színeztük, 5000 Ft-ot, és minden olyan élért, aminek mindkét végét pirosra színeztük, 6000 Ft-ot kell fizetnünk. Mennyibe kerül a legolcsóbb színezés?



7\*. A *Leghosszabb Út* probléma definíciója a következő: egy adott, élsúlyozott irányítatlan gráf esetén keresendő a gráfban egy olyan út, amelynek az összhossza (vagyis az általa tartalmazott élek össz-súlya) maximális. Formalizáljuk ezt a feladatot egészértékű programozási feladatként – mégpedig úgy, hogy az IP feladat mérete „értelmes” határok alatt maradjon. (Pontosabban: az IP formalizáció mérete polinomiálisan függjön az input méretétől.)