

1. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladatok duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Döntsük el, hogy a (primál) feladat célfüggvénye felülről korlátos-e a megoldáshalmazán és ha igen, határozzuk meg a feladat maximumértékét. (ZH, 2019. április 24., 2016. április 19.)

c) Próbáljuk a duális feladatokat a lehető legegyszerűbb, ekvivalens alakba átírni.

$\begin{aligned} & \max\{2x_1 - 2x_2\} \\ & \text{ha} \\ \text{i) } & 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 3 \\ & x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \max\{x_1 + x_3\} \\ & \text{ha} \\ \text{ii) } & 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3 \\ & 2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$
---	--

---

2. Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát, majd próbáljuk azt a lehető legegyszerűbb alakra hozni.

$$\begin{aligned} & \min\{10x_1 + 11x_2 + 12x_3\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 15 \\ & 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \geq 20 \\ & 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 35 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

3. a) Írjuk fel a jobbra látható lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás olyan alakú legyen, mint a primál feladat felírása.)

b) Határozzuk meg a (primál) feladat maximumát.

(ZH, 2004. november 24.)

$$\begin{aligned} & \max\{8x_1 + 7x_2 + 8x_3\} \\ & \text{ha} \\ & 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4. a) Írjuk fel a jobbra látható lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Adjuk meg a (primál) feladat maximumértékét.

(ZH, 2012. április 16.)

$$\begin{aligned} & \max\{x_1 + 6x_2 - x_4\} \\ & \text{ha} \\ & 2x_2 - 7x_3 - x_4 \leq -1 \\ & 2x_1 + 5x_3 + 3x_4 \geq 6 \\ & 7x_1 + 5x_2 - 4x_4 \leq 0 \\ & x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

5. a) Írjuk fel a jobbra látható ( $n$  változós) lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Igaz-e, hogy az  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 1$  választással a primál feladat optimális megoldását adtuk meg?

(ZH, 2011. május 3.)

$$\begin{aligned} & \max\{nx_1 + (n-1)x_2 + \dots + 2x_{n-1} + x_n\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ & \vdots \\ & x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq n \\ & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{aligned}$$

6. Legyen  $A$  egy  $m \times n$ -es mátrix, aminek az első oszlopa legyen  $b$ . Legyen továbbá  $c$  az az  $n$  hosszú sorvektor, amelynek minden komponense 1. Tegyük fel, hogy a  $cx$  célfüggvény felülről korlátos az  $Ax \leq b$  egyenlőtlenségrendszer megoldáshalmazán. Adjuk meg a  $\max\{cx : Ax \leq b\}$  maximum értékét.