

R E N D S Z E R O P T I M A L I Z Á L Á S
Hatodik szerdai előadás, 2023. április 19.

1. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát.
b) Döntsük el, hogy a primál feladat célfüggvénye felülről korlátos-e a megoldáshalmazán.

$$\begin{aligned} & \max\{2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5 \\ & x_2 + 2x_4 \leq 6 \\ & x_1 + x_3 + x_4 \leq 7 \\ & 2x_2 + 3x_4 \leq 8 \end{aligned}$$

2. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Igaz-e, hogy az $x_1 = 9$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$, $x_4 = -1$ választással a primál, az $y_1 = 3$, $y_2 = 0$, $y_3 = 2$ választással pedig a duális feladat egy-egy megoldását, illetve optimális megoldását adtuk meg?

(ZH, 2020. május 12.)

$$\begin{aligned} & \max\{-3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 2x_4\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 - x_3 + 2x_4 \geq 7 \\ & 2x_1 - 5x_2 - x_4 \geq 2 \\ & 2x_2 - x_3 - 4x_4 \geq 6 \end{aligned}$$

3. Legyen A egy $m \times n$ -es mátrix, c pedig egy n hosszú sorvektor. Tegyük fel, hogy az $Ax \leq b$ lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldható és a cx célfüggvény felülről korlátos a megoldáshalmazán. Tegyük fel továbbá, hogy ráadásul az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszer is megoldható és egy megoldása x_0 . Bizonyítsuk be, hogy ekkor x_0 maximumhelye a $\max\{cx : Ax \leq b\}$ lineáris programnak. (ZH, 2008. december 16.)

4. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Döntsük el, hogy a (primál) feladat célfüggvénye felülről korlátos-e a megoldáshalmazán és ha igen, határozzuk meg a feladat maximumértékét. (ZH, 2022. május 4.)

$$\begin{aligned} & \max\{7x_1 + 6x_2 + x_3\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 + x_2 - 4x_3 \leq 2 \\ & 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ & 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 2 \\ & x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

5. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát (a t valós paraméter minden értékére). (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Döntsük el, hogy a t paraméter milyen értékeire lesz a (primál) feladat célfüggvénye felülről korlátos a megoldáshalmazán. (ZH, 2009. november 16.)

$$\begin{aligned} & \max\{x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + t \cdot x_5\} \\ & \text{ha} \\ & x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ & x_2 - 2x_3 \leq 2 \\ & x_3 - 2x_4 \leq 3 \\ & x_4 - 2x_5 \leq 4 \end{aligned}$$