

1. A Vasorr Kft. kétféle boszorkányt készít: a Banyát és a Szipirtyót. Egy Banya elkészítéséhez 6 perc rémítés, 8 perc csúfítás és 1 perc csomagolás szükséges. Egy Szipirtyó gyártása 12 perc rémítést, 4 perc csúfítást és szintén 1 perc csomagolást igényel. A Vasorr Kft. rémítő, csúfító, illetve csomagoló részlegének naponta 1800, 1400, illetve 200 percnyi munkaidő kapacitása van. A Banya, illetve a Szipirtyó darabját 10, illetve 12 Euróért tudják értékesíteni. Mennyit gyártsanak a kétféle termékből naponta, hogy a bevételt maximalizálják?

2. Az alábbi lineáris programozási feladatok mindegyikénél (i) döntsük el, hogy az egyenlőtlenségrendszer megoldható-e; (ii) ha igen, döntsük el, hogy a célfüggvény korlátos-e a releváns irányból a megoldáshalmazon; (iii) ha igen, határozzuk meg a feladat optimumértékét. (A megoldáshoz persze ne használjunk számítógépet.)

$$\max\{5x_1 + x_2\}$$

ha

a)  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$

$$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 16$$

$$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 28$$

$$\min\{5x_1 + x_2 - x_3\}$$

ha

b)  $x_1 + x_2 - x_3 \leq 10$

$$4x_1 + x_2 - x_3 \leq 16$$

$$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 28$$

3. Az 1. feladatbeli Vasorr Kft. vezetősége azt mérlegeli, hogy megváltoztatnák a Szipirtyó eladási árát.

a) Maximum mennyivel növelhetik, illetve mennyivel csökkenthetik a Szipirtyó árát, ha azt akarják, hogy az 1. feladatban kiszámolt optimális termelési mennyiségek továbbra is maximális bevételt eredményezzenek?

b) Megváltoztatható-e a Szipirtyó eladási ára úgy, hogy 175 Banya és semennyi Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

c) Megváltoztatható-e a Szipirtyó eladási ára úgy, hogy 130 Banya és 70 Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

d) Megváltoztatható-e a Szipirtyó eladási ára úgy, hogy 110 Banya és 80 Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

e) Megváltoztatható-e egyszerre mindkét termék eladási ára úgy, hogy 110 Banya és 80 Szipirtyó gyártása maximalizálja a bevételt?

4. Az alábbi lineáris programozási feladatok esetében is válaszoljunk meg a 2. feladat kérdéseit.

$$\max\{x_1 + x_2 + x_3\}$$

ha

a)  $x_1 - x_2 \leq 1$

$$x_2 - x_3 \leq 2$$

$$x_3 - x_1 \leq 3$$

$$\max\{2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4\}$$

ha

b)  $2x_1 + 3x_2 \leq 10$

$$4x_3 + 5x_4 \leq -1$$

$$2x_1 + 4x_3 \leq 3$$

$$3x_2 + 5x_4 \leq 4$$

5. Egy cég kukoricaszirup és guargumi keverékéből állít elő csillámpóni takarmányt. A kukoricaszirup kilónként 1100 Ft, a guargumi kilója 1000 Ft. A kukoricaszirup kilója 10 egység CS-vitamint, 5 egység csillámfaktort és 2 egység plasztikpépet tartalmaz. A guargumi viszont kilónként 4 egység CS-vitamint, 5 egység csillámfaktort és 6 egység plasztikpépet tartalmaz. Egy csillámpóninak naponta legalább 20 egység CS-vitaminra, 20 egység csillámfaktorra és 12 egység plasztikpépre van szüksége. Hogy készítsék a legolcsóbb takarmánykeveréket?

6. Oldjuk meg (számítógép használata nélkül) az alábbi lineáris programozási feladatot.

$$\max\{2x_1 + 10x_2 + 3x_3\}$$

ha

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 53$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_2 + x_3 \leq 35$$

$$5x_1 + x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 0$$

7. Az 1. feladatbeli Vasorr Kft. vezetősége végül is eldöntötte, hogy nem változtatnak a termékeik eladási árán. Ehelyett most azt fontolgatják, hogy investálnak valamelyik részlegükbe és megnövelik annak a napi kapacitását (hogy ezzel a bevételük is nőhessen).

a) A Kft. vezetőségének becslése szerint a rémítő részleg napi munkaidőkapacitásának növelése minden nap extra percnként  $t$  Euróba kerülne. Egy ilyen befektetés nyilván csak akkor térül meg, ha a kapacitásnövelés miatt előálló új körülmények között a bevételük is percnként legalább  $t$  Euróval több lehet, mint eredetileg volt. Mi a  $t$ -nek az a maximális értéke, amely mellett a befektetés még megtérül?

b) Szerencsére a  $t$  értéke elég alacsonynak bizonyult ahhoz, hogy ez a befektetés megérje, így a vezetőség eldöntötte a rémítő részleg kapacitásának bővítését. Mennyi az a maximális idő, amennyire megéri felemelni a részleg napi munkaidőkapacitását?

c) Mi a helyzet akkor, ha a rémítő részleg helyett a vezetőség inkább a csúfító részleget bővítené? Válaszoljunk meg a fenti kérdéseket erre az esetre is.