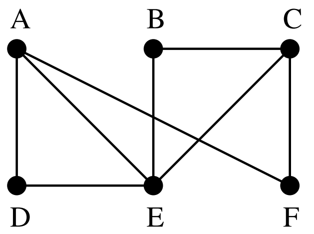
Rendszeroptimalizálás
Pótzárthelyi feladatok
2018. május 22.

1. Tekintsük a következő feladatot: keresendő egy minimális összsúlyú lefogó ponthalmaz az alábbi gráfban, ahol minden v csúcs $w(v)$ súlyát az alábbi táblázat mutatja. Fogalmazzuk meg ezt a feladatot egészértékű programként (vagyis adjunk meg egy olyan egészértékű programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens ezzel a feladattal). A keresett egészértékű programot *ne* mátrixos alakban adjuk meg, hanem vezessünk be a feladat szempontjából releváns változókat és ezek segítségével írjuk fel. (A szóban forgó lefogó ponthalmazt *nem kell megadni*, a feladat az egészértékű programként való megfogalmazás. Egy ponthalmaz akkor lefogó, ha minden élnek legalább az egyik végpontját tartalmazza.)

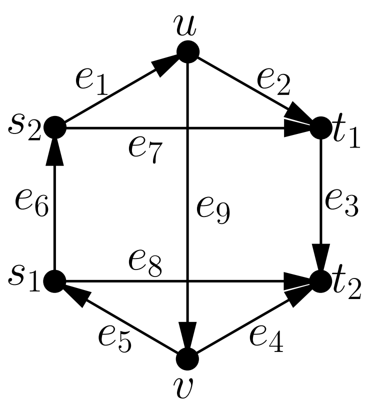


v	:	A	B	C	D	E	F
$w(v)$	:	3	1	2	1	2	2

2. Írjuk fel a jobbra látható lineáris egyenlőtlenségrendszert $Ax \leq b$ alakban, majd bizonyítsuk be a Farkas-lemma felhasználásával, hogy a rendszer nem megoldható. (Vagyis adjunk meg egy vektort és mutassuk meg róla, hogy ez a Farkas-lemma értelmében bizonyítja a rendszer megoldhatatlanságát.)

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_4 &\leq 1 \\ 5x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 &\geq -2 \\ 3x_2 - x_3 - 2x_4 &\geq 0 \\ 2x_3 + 3x_4 &= 3 \end{aligned}$$

3. Tekintsük a következő kéttermékes folyamfeladatot: maximalizálandó az összfolyamérték az alábbi ábra hálózatában, ha az első, illetve a második termékhez tartozó termelő és fogyasztó pontok s_1 és t_1, illetve s_2 és t_2, továbbá az élek kapacitása az alábbi táblázatban látható. Írjuk fel ezt a feladatot lineáris programként (vagyis adjunk meg egy olyan lineáris programozási feladatot, amelynek a megoldása ekvivalens a megadott kéttermékes folyam feladattal). A keresett lineáris programot *ne* mátrixos alakban adjuk meg, hanem vezessünk be a feladat szempontjából releváns változókat és ezek segítségével írjuk fel. (A folyam feladatot tehát *nem szükséges* megoldani, a feladat csupán a lineáris programként való megfogalmazás.)



e	:	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9
$c(e)$	:	3	1	1	1	1	2	2	1	3

4. Egy probléma bemenete pozitív egész számok egy $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sorozata. Egy, a problémára adott A algoritmus lépésszáma $a_n \log_2(a_1 + \ldots + a_{n-1})$, míg egy, ugyancsak a problémára adott B algoritmus lépésszáma $\log_2(a_1^n \cdot a_2^n \cdot \ldots \cdot a_n^n)$. Döntsük el, hogy az A és B algoritmusok közül melyik (melyek) polinomiálisak.

5. Legyenek egy 8 csúcsú teljes gráf csúcsai A, B, C, D, E, F, G, H. Az A, B, C csúcsok által feszített részgráf éleinek súlya 2, csakúgy, mint a D, E, F, G csúcsok által feszített részgráf éleinek súlya. A H csúcsból a D, E, F, G csúcsokba menő élek súlya 1, a gráf többi élének súlya 3. Futtassuk le és dokumentáljuk ezen a bemeneten a Christofides-algoritmust.

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden feladat 12 pontot ér. Az aláíráshoz szükséges minimális pontszám 24. Elégséges megajánlott jegyhez legalább 33, közepeshez 42, jóhoz 51 pontot kell elérni. Kérjük, hogy **minden feladat külön lapra** kerüljön. A lapok tetején jól láthatóan legyen feltüntetve a név, a Neptun-kód és a feladat sorszáma.