Rendszeroptimalizálás
Pótzárthelyi feladatok
2015. április 28.

1. a) Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Határozzuk meg a (primál) feladat minimumértékét. (A megoldásban felhasználhatjuk, hogy a (primál) feladat rendszere megoldható és a célfüggvénye alulról korlátos a megoldáshalmazán, ezt bizonyítani tehát nem kell.)

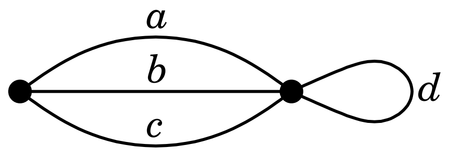
$$\begin{aligned}
&\min\{4x_1 + 10x_2 + 6x_3 + 5x_4\}\\
&\text{ha}\\
&4x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 \le 5\\
&2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \le 1\\
&3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \ge -2
\end{aligned}$$

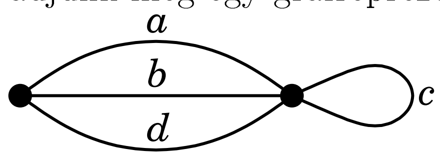
2. Legyenek adottak a számegyenesen az $I_1 = [1;2]$, $I_2 = [1;4]$, $I_3 = [1;8]$, $I_4 = [3;7]$, $I_5 = [5;9]$, $I_6 = [6;7]$, $I_7 = [6;9]$, $I_8 = [6;11]$ és $I_9 = [10;11]$ zárt intervallumok. Színezzük ki I_1-et kékre, I_2-t pirosra, I_9-et zöldre. Megszínezhető-e a további hat intervallum ezekkel a színekkel úgy, hogy ezzel az intervallumrendszernek egy olyan 3 színnel való színezését kapjuk, amely megfelel az intervallumrendszerek egyenletes színezéséről tanult tétel feltételeinek?

3. Koordinátázza az alábbi mátrix a valós számok teste fölött az $\mathcal{M}_x$ matroidot. Mely x értékekre lesz $\mathcal{M}_x$ grafikus? A grafikus esetekben adjunk is meg egy gráfreprezentációt.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & 2 & x \end{pmatrix}$$

4. A bal oldali ábra gráfjának körmatroidja legyen $\mathcal{A}$, a jobb oldalié $\mathcal{B}$. Grafikusak-e az $\mathcal{A} \vee \mathcal{A}$, illetve az $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ matroidok? Ha igen, adjunk meg egy gráfreprezentációt.





5. Tekintsük az $\{$`a,b,c,d,e,g,h,i,k,l,m,n,o,r,s,t,w,y`$\}$ betűhalmazt, és az elemeiből képzett alábbi szavakat, mint részhalmazokat (a szavak utáni zárójelben lévő szám jelenti az adott halmaz költségét):

`tom (3), stan (3), milton (4), dom (4), brian (5),`
`drew (5), mike (6), michael (7), samir (7), gary (7).`

Hajtsuk végre ezen adatokkal az alaphalmaz részhalmazokkal történő lefedésére szolgáló, előadáson tanult közelítő algoritmust.

6. Létezik-e polinomiális algoritmus, mely tetszőleges n csúcsú, $n+2$ élű, összefüggő gráfban talál maximális klikket?

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc. Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra.**