Rendszeroptimalizálás
Pótzárthelyi feladatok
2011. május 3.

1. a) Írjuk fel az alábbi (n változós) lineáris programozási feladat duálisát! (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

b) Igaz-e, hogy az $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 1$ választással a primál feladat optimális megoldását adtuk meg?

$$\max\{nx_1 + (n-1)x_2 + \ldots + 2x_{n-1} + x_n\}$$

ha

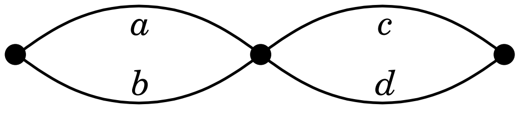
$$\begin{array}{rcl} x_1 & \leq & 1 \\ x_1 + x_2 & \leq & 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 & \leq & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_n & \leq & n \\ x_1, x_2, \ldots, x_n & \geq & 0 \end{array}$$

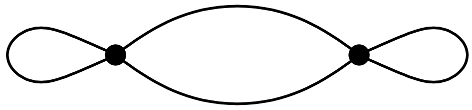
2. Legyen A egy totálisan unimoduláris, m sorú mátrix és jelölje minden $1 \leq i \leq m$ esetén s_i az A i-edik sorában álló elemeinek összegét. Legyen továbbá $k \geq 1$ tetszőleges egész. Mutassuk meg, hogy A-ból kiválasztható néhány oszlop (esetleg egy sem, vagy akár mind) úgy, hogy minden $1 \leq i \leq m$ esetén a kiválasztott oszlopok által alkotott mátrix i-edik sorában az elemek összege $\lfloor \frac{s_i}{k} \rfloor$ és $\lceil \frac{s_i}{k} \rceil$ közé esik (ahol $\lfloor\ \rfloor$, illetve $\lceil\ \rceil$ az alsó, illetve a felső egészrészt jelöli).

3. Koordinátázza az alábbi mátrix a valós számok teste fölött az $\mathcal{M}_{a,b}$ matroidot. Az a és b valós paraméterek minden értékére döntsük el, hogy $\mathcal{M}_{a,b}$ grafikus-e (és ahol igen, ott adjuk meg a megfelelő gráfot)!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & a \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \end{pmatrix}$$

4. Az $\{a, b, c, d\}$ halmazon két grafikus matroidot definiáltunk, azonban a második gráf éleiről „véletlenül” lemaradtak a betűk. Milyen matroidok állhatnak elő a két matroid összegeként? (Ahol az összeg grafikus, ott a megfelelő gráffal adjuk meg az összegmatroidot!)





5. Igaz-e, hogy a Steiner-fa probléma polinom időben megoldható, ha a Steiner-pontok halmaza legfeljebb $2 \log n$ elemű (ahol n a gráf csúcsainak száma)?

6. Adjunk 2-approximációs algoritmust egy G gráf olyan H részgráfjának megkeresésére, melyre $\frac{e(H)}{\chi(H)}$ maximális. ($e(H)$ a H gráf élszámát, $\chi(H)$ a H gráf kromatikus számát jelöli.)

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra.**