

# Rendszeroptimalizálás

## Zárthelyi feladatok

2009. május 20.

1. Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát! (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál feladat felírása, vagyis  $ne$  mátrixos alakot használjunk.)

$$\begin{aligned} & \min\{2x + 3y + 5z\} \\ & \text{ha} \\ & 3x + 5y + 7z = 11 \\ & 7x + 11y + 13z = 17 \\ & x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \end{aligned}$$

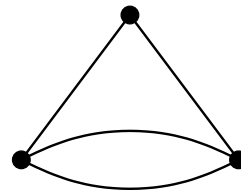
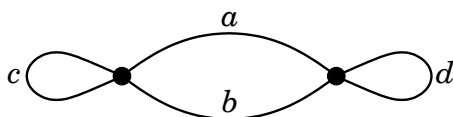
2. A  $G(A, B; E)$  teljes páros gráf két színosztálya legyen  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$  és  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_{10}\}$ . Az  $a_i$ -t a  $b_j$ -vel összekötő él súlya legyen  $|i - j|$  minden  $1 \leq i, j \leq 10$  esetén. Adjunk meg  $G$ -ben egy maximális összsúlyú teljes párosítást (és mutassuk meg róla, hogy maximális).

3. Az  $M(a, b)$  matroidot az alábbi mátrix reprezentálja a valós test felett:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & a \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & b \end{pmatrix}$$

Egy-egy példán mutassuk meg, hogy  $a$  és  $b$  értéke úgy is megválasztható, hogy  $M(a, b)$  grafikus legyen, és úgy is, hogy nem!

4. A második gráf éleiről „véletlenül” lemaradtak a betűk. Eldönthető-e azért, hogy a két gráf körmatroidjának az összege grafikus-e?



5. A Steiner-fa probléma egy esetét nevezzük kellemesnek, ha a terminálok  $T$  halmaza pontosan három csúcsú és legalább egy élet feszít, emellett minden élsúly 1. Létezik-e polinomiális algoritmus a Kellemes Steiner-fa problémára (ahol a bemenet természetesen a Steiner-fa probléma egy kellemes esete)?

6. Igaz-e, hogy az Utazóügynök probléma akkor is NP-nehéz, ha a bemeneti gráf élsúlyozásához garantáltan legfeljebb három különböző súlyt lehet használni?

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Nem szükséges minden feladatot külön lapra írni, de kérjük, hogy a beadott dolgozat **szétválasztható legyen 3 részre: az 1-es/2-es, a 3-as/4-es, illetve az 5-ös/6-os feladatpárokra.**