

## Rendszeroptimalizálás

### Pótzárthelyi feladatok

2004. december 20.

1. a) Adjuk meg az alábbi lineáris egyenlőtlenségrendszer egy erős bázismegoldását!  
b) Adjuk meg az alábbi lineáris egyenlőtlenségrendszernek egy olyan bázismegoldását, amely nem erős bázismegoldás!

$$\begin{aligned}x - y &\leq 1 \\y - z &\leq 1 \\x - z &\leq 1\end{aligned}$$

2. Ha egy  $G$  (egyszerű) gráf éleihez nemnegatív valós számokat rendelünk úgy, hogy minden  $v$  csúcsra a  $v$ -re illeszkedő élekhez rendelt számok összege legfeljebb 1, akkor ezt a hozzárendelést *törtpárosításnak* nevezzük. Egy törtpárosítás *mérete* a gráf összes éléhez rendelt számok összege. Ha egy  $G$  (egyszerű) gráf csúcsaihoz rendelünk nemnegatív valós számokat úgy, hogy minden  $e$  élre az  $e$  két végpontjához rendelt számok összege legalább 1, akkor ezt a hozzárendelést *törtlefogásnak* nevezzük. Egy törtlefogás *mérete* a gráf összes csúcsához rendelt számok összege. Bizonyítsuk be, hogy minden  $G$  (egyszerű) gráfra a maximális méretű törtpárosítás mérete megegyezik a minimális méretű törtlefogás méretével!

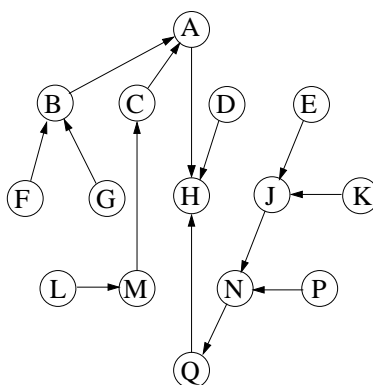
3. Példákon mutassuk meg, hogy az  $a, b, c$  valós paraméterek különböző választása mellett az alábbi  $M$  mátrix által koordinátázott matroid lehet grafikus is és nem grafikus is!

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 1 & 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c \end{pmatrix}$$

4. Grafikus-e az alábbi ábrákon látható gráfok körmatroidjainak az összege?



5. Adjuk meg az alábbi precedenciagráfhoz tartozó  $P3|prec, p_j = 1|C_{\max}$  probléma egy optimális megoldását **Hu algoritmus**a segítségével.



6. Adjunk  $\frac{2}{3}$ -approximációs algoritmust az alábbi problémára: keressük meg egy adott  $G$  gráf csúcshalmazának egy olyan három részre bontását, melyre a részek között menő élek száma maximális.