

Rendszeroptimalizálás

Minta házi feladat a közelítő algoritmusok részről

2023. tavasz

Egy probléma bemenetének mérete $n \geq 1$. Döntsük el, hogy a problémára adott alábbi lépésszámú algoritmusok közül melyek polinomiálisak. A polinomiálisak esetében döntsük el, hogy létezik-e olyan c_2^* érték, mely az adott lépésszám polinomialitásának definíció szerinti igazolásához alkalmas c_2 értékek közül a legkisebb. Ha létezik ilyen érték, adjuk is meg. Végül adjuk meg azt a c_1^* értéket, mely az adott lépésszám polinomialitásának definíció szerinti igazolásához a $c_2 = c_2^*$ választás mellett alkalmas c_1 értékek közül a legkisebb.

1. $2n^2 + 3n$

2. $n^{\log n}$

Az első algoritmus nyilván polinomiális és $c_2^* = 2$, mert alkalmas c_1 mellett minden n -re teljesül, hogy $2n^2 + 3n \leq c_1 n^2$, de semmilyen 2-nél kisebb c_2 számra sem teljesül minden n -re, hogy $2n^2 + 3n \leq c_1 n^{c_2}$. A c_1^* érték pedig 5 lesz, mert $2n^2 + 3n \leq 5n^2$ minden n -re teljesül, de a c_1 értéket 5-nél kisebbnek választva ez nem igaz (pl. $n = 1$).

A második algoritmus nem polinomiális, hiszen bárhogy is választjuk a c_1 és c_2 értékeket, lesz olyan n , melyre $n^{\log n} > c_1 n^{c_2}$.