Nehezebb, plusz pontért beadható feladatok

Minden helyes megoldás egy ponttal növeli az átlagot, amit a három zh (ill. esetleg pót- vagy pótpótzh) eredményéből számolunk. Ezekkel a feladatokkal csak akkor lehet az átlagot növelni, ha mindegyik zh sikeres.
Beadási határidő feladatonként eltérő, a megoldásokat vagy emailben, pdf-ben vagy papíron személyesen lehet beadni. (A tanszéki adminisztrációban ott lehet hagyni a nevemre.)
Néhány feladat megoldása (némi keresgélés után) megtalálható az interneten, de az csalás, ha onnan nézik ki, kérem ne tegyék ezt.

1. Igazolja, hogy az $L = \{b_1 b_2 \cdots b_{2n} \mid b_1 = \cdots = b_n = \mathtt{0},\quad b_{n+1} = \cdots = b_{2n} = \mathtt{1}, n \geq 1\} \subset \{\,\mathtt{0},\mathtt{1}\,\}^*$ nyelv *nem reguláris*!
   Beadható: szeptember 14., az előadás kezdetéig

2. Legyen $\Sigma = \{\,\mathtt{a},\mathtt{b}\,\}$ és az $L_k \subset \Sigma^*$ nyelv álljon az olyan legalább k hosszú szavakból, melyekben hátulról számítva a k-adik karakter $\mathtt{b}$.
   Mutassa meg, hogy minden, az L_k nyelvet elfogadó determinisztikus véges automatának legalább 2^k állapota van!
   Beadható: szeptember 27., az előadás kezdetéig

3. Legyen L egy Σ ábécé feletti nyelv. Jelöljük $L^{\frac{1}{2}}$-del az alábbi nyelvet:
   $L^{\frac{1}{2}} = \{x \in \Sigma^* \mid \text{létezik olyan } y \in \Sigma^*, \text{ hogy } |x| = |y| \text{ és } xy \in L\}$.
   Igaz-e, hogy ha L reguláris, akkor $L^{\frac{1}{2}}$ is reguláris?
   Beadható: október 4., az előadás kezdetéig