Közösségek keresése nagy gráfokban

Katona Gyula Y.

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2011. április 14.

Tartalom

Tartalom

Alapkérdés

Kérdés

Adott egy irányítatlan (súlyozott vagy súlyozatlan) G gráf. Keressünk benne összetartozó ponthalmazokat!

Triviális ötletek

- Vegyük az összefüggő komponenseket.

Triviális ötletek

- Vegyük az összefüggő komponenseket.
- Vegyük a 2-szeresen összefüggő blokkokat.

Triviális ötletek

- Vegyük az összefüggő komponenseket.
- Vegyük a 2-szeresen összefüggő blokkokat.

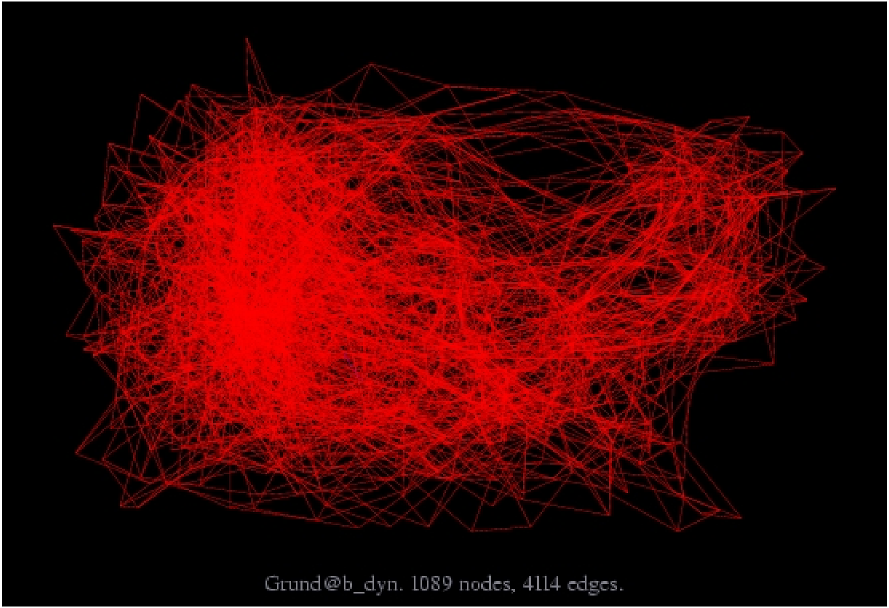
Ezek legtöbbször nem sokat mutatnak.

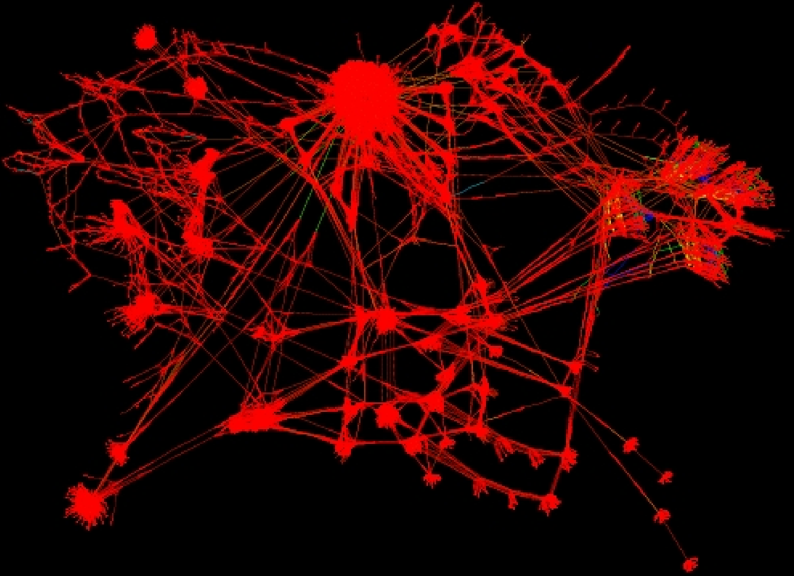
Triviális ötletek

- Vegyük az összefüggő komponenseket.
- Vegyük a 2-szeresen összefüggő blokkokat.

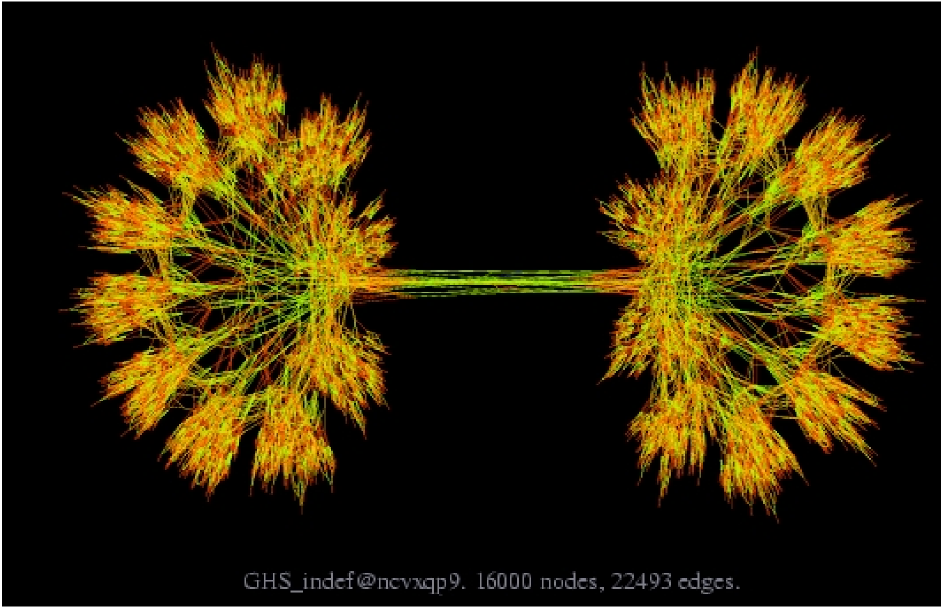
Ezek legtöbbször nem sokat mutatnak.

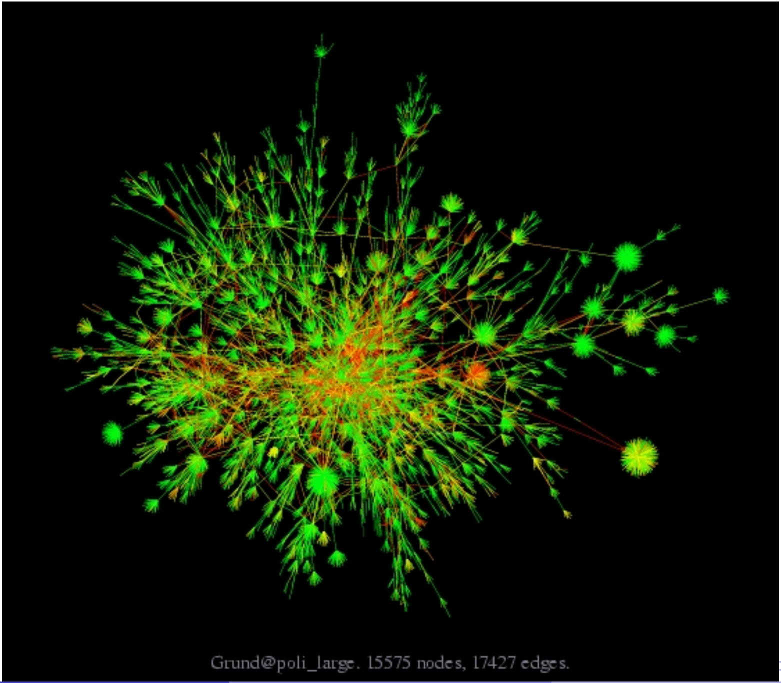
Néhány példa nagy gráfokra:

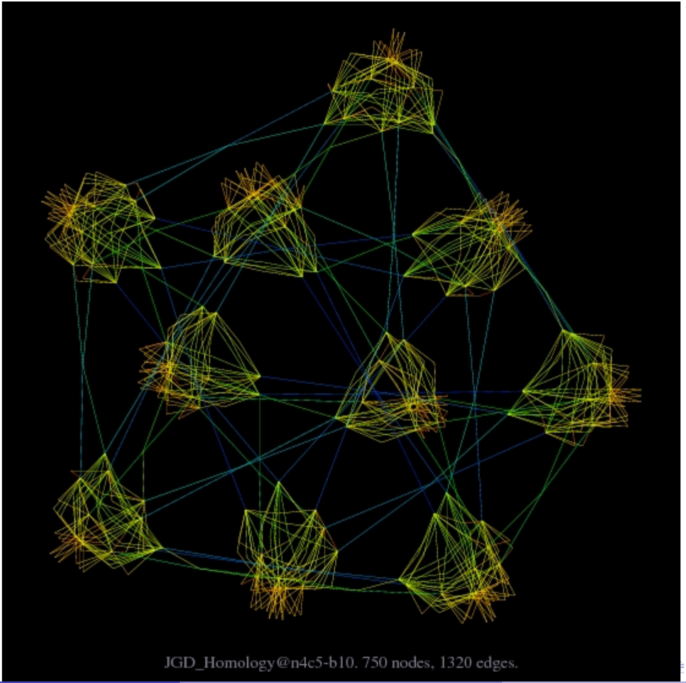

Grund@b_dyn. 1089 nodes, 4114 edges.

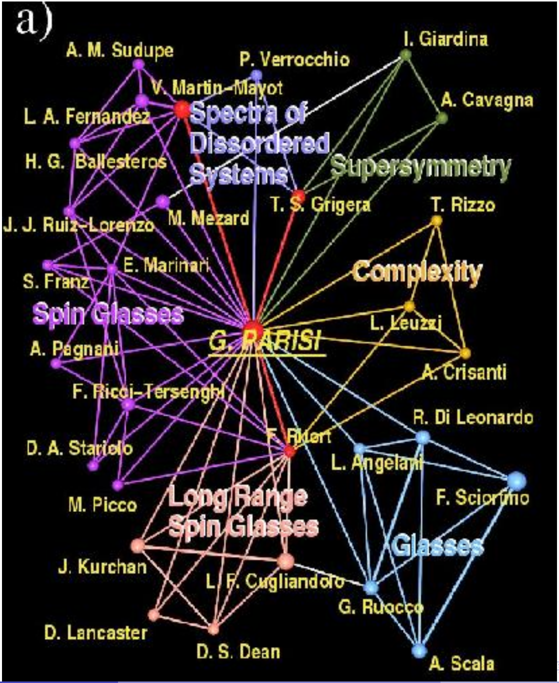


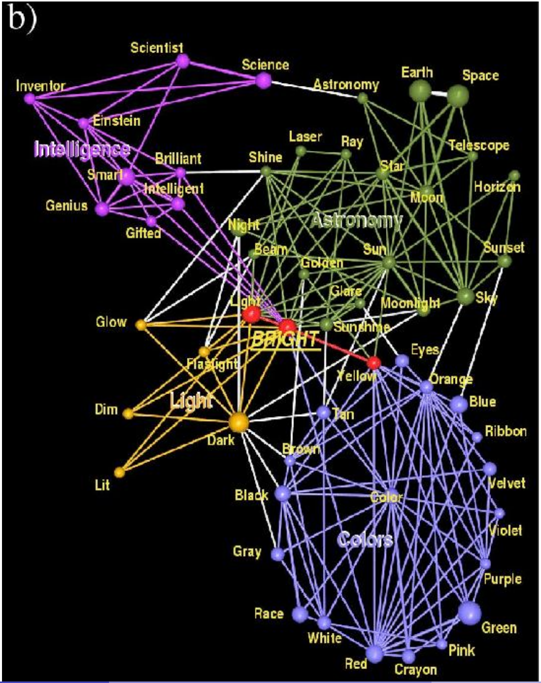
Hamm@hcircuit. 92317 nodes, 183483 edges.

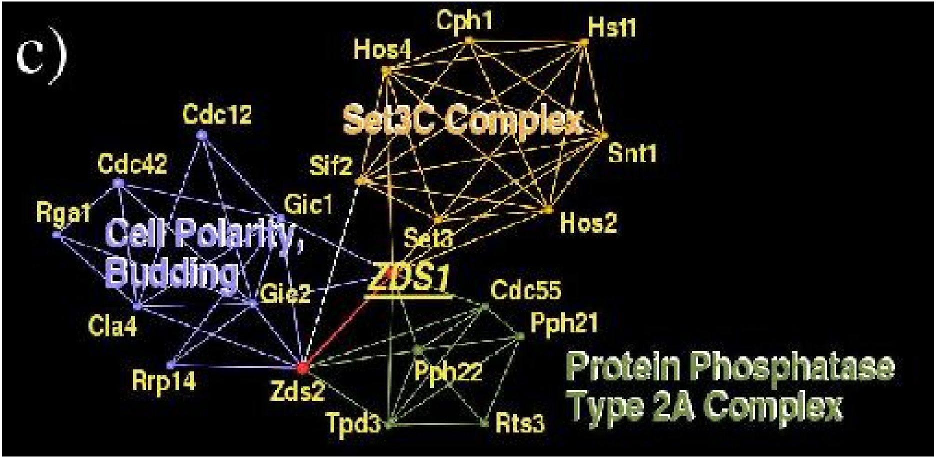

GHS_indef@ncvxqp9. 16000 nodes, 22493 edges.


Grund@poli_large. 15575 nodes, 17427 edges.


JGD_Homology@n4c5-b10. 750 nodes, 1320 edges.


a)
A. M. Sudupe
P. Verrocchio
I. Giardina
V. Martin-Mayot
A. Cavagna
L. A. Fernandez
Spectra of Dissordered Systems
H. G. Ballesteros
Supersymmetry
T. S. Grigera
T. Rizzo
J. J. Ruiz-Lorenzo
M. Mezard
E. Marinari
S. Franz
Complexity
Spin Glasses
L. Leuzzi
G. PARISI
A. Pagnani
A. Crisanti
F. Ricci-Tersenghi
R. Di Leonardo
F. Ritort
D. A. Stariolo
L. Angelani
F. Sciortino
M. Picco
Long Range Spin Glasses
Glasses
J. Kurchan
L. F. Cugliandolo
G. Ruocco
D. Lancaster
D. S. Dean
A. Scala


b)
Scientist
Science
Inventor
Astronomy
Earth
Space
Einstein
Intelligence
Laser
Ray
Telescope
Brilliant
Shine
Star
Smart
Intelligent
Horizon
Moon
Genius
Gifted
Night
Astronomy
Beam
Sun
Sunset
Golden
Glare
Light
Moonlight
Sky
Glow
Sunshine
BRIGHT
Eyes
Flashlight
Yellow
Orange
Light
Blue
Dim
Tan
Dark
Ribbon
Brown
Velvet
Lit
Black
Color
Violet
Colors
Gray
Purple
Race
Green
White
Pink
Red
Crayon


c)
Cph1
Hst1
Hos4
Set3C Complex
Cdc12
Snt1
Cdc42
Sif2
Gic1
Hos2
Rga1
Cell Polarity,
Budding
Set3
ZDS1
Gic2
Cdc55
Cla4
Pph21
Protein Phosphatase
Type 2A Complex
Pph22
Rrp14
Zds2
Tpd3
Rts3

Definíciók

- **teljes részgráf:** K_k

Definíciók

- **teljes részgráf:** K_k
- **Klikk:** teljes részgráf (ugyanaz, mint az előző)

Definíciók

- **teljes részgráf:** K_k
- **Klikk:** teljes részgráf (ugyanaz, mint az előző)
- ***k*-klikk:** ha ez épp k méretű

Definíciók

- **teljes részgráf:** K_k
- **Klikk:** teljes részgráf (ugyanaz, mint az előző)
- ***k*-klikk:** ha ez épp k méretű
- **Maximális klikk (maximal clique):** nem bővíthető teljes részgráf

Definíciók

- **teljes részgráf:** K_k
- **Klikk:** teljes részgráf (ugyanaz, mint az előző)
- ***k*-klikk:** ha ez épp k méretű
- **Maximális klikk (maximal clique):** nem bővíthető teljes részgráf
- **Maximális méretű klikk: (maximum size clique)** a legnagyobb méretű klikk (ezt ugyse használjuk)

Tartalom

Alapötlet

A gráfot úgy tekintsük, mintha az éleken keresztül infomáció jutna el az egyik pontból a másikba. De az információ csak akkor terjed el, ha elég meggyőző.

Alapötlet

A gráfot úgy tekintsük, mintha az éleken keresztül infomáció jutna el az egyik pontból a másikba. De az információ csak akkor terjed el, ha elég meggyőző.

Egy új ember csak akkor hiszi el, ha már *k* ismerősétől hallotta.

Alapötlet

A gráfot úgy tekintsük, mintha az éleken keresztül infomáció jutna el az egyik pontból a másikba. De az információ csak akkor terjed el, ha elég meggyőző.
Egy új ember csak akkor hiszi el, ha már k ismerősétől hallotta.

Palla G., Derényi I., Farkas I., Vicsek T.:
Uncovering the Overlapping Community Structure of Complex Networks in Nature and Society.
Nature. **435,** 814-818. (2005)

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos*, ha $k-1$ közös pontjuk van.*

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, *ha $k-1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.*

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, ha $k - 1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.

Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból.

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, ha $k-1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \dots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.

Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból. Mivel ez ekvivalencia reláció $\Longrightarrow$

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos*, ha $k-1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.*

Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból. Mivel ez ekvivalencia reláció $\Longrightarrow$ az ekvivalencia osztályok a k-klikk közösségek.

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, ha $k-1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.

Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból. Mivel ez ekvivalencia reláció $\Longrightarrow$
az ekvivalencia osztályok a k-klikk közösségek.
Ez megad egy klaszterezést a pontok között is.

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, ha $k-1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.

Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból. Mivel ez ekvivalencia reláció $\Longrightarrow$
az ekvivalencia osztályok a k-klikk közösségek.
Ez megad egy klaszterezést a pontok között is.
(Egy pont több halmazban is benne lehet.)

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, ha $k - 1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.

Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból. Mivel ez ekvivalencia reláció $\Longrightarrow$ az ekvivalencia osztályok a k-klikk közösségek.
Ez megad egy klaszterezést a pontok között is.
(Egy pont több halmazban is benne lehet.)

Azaz: Legyen a H gráf pontjai a G gráf k-klikkjei. H két pontja szomszédos, ha a két klikknek $k - 1$ közös pontja van.

Klikk görgetés

Definíció

Két k-klikk szomszédos, ha $k-1$ közös pontjuk van. Egy c_1 klikkből elérhető egy c_m klikk, ha van olyan $c_1, c_2, \ldots, c_m$ klikksorozat, hogy bármely c_i és c_{i+1} szomszédos.

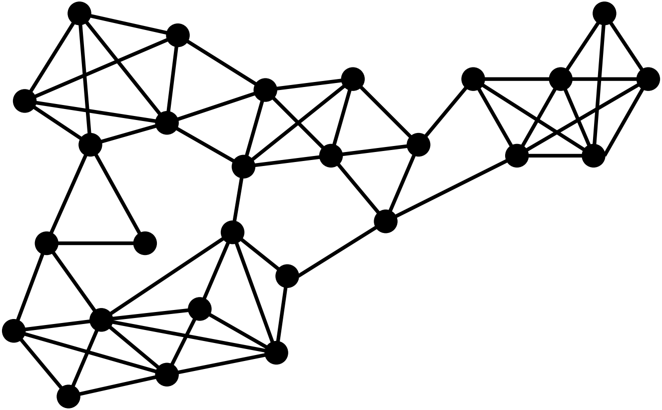
Definíció

k-klikk közösség: Két klikk akkor van egy k-klikk közösségben, ha az egyik elérhető a másikból. Mivel ez ekvivalencia reláció $\Longrightarrow$ az ekvivalencia osztályok a k-klikk közösségek.
Ez megad egy klaszterezést a pontok között is.
(Egy pont több halmazban is benne lehet.)

Azaz: Legyen a H gráf pontjai a G gráf k-klikkjei. H két pontja szomszédos, ha a két klikknek $k-1$ közös pontja van. A k-klikk közösségek a H összefüggő komponensei.

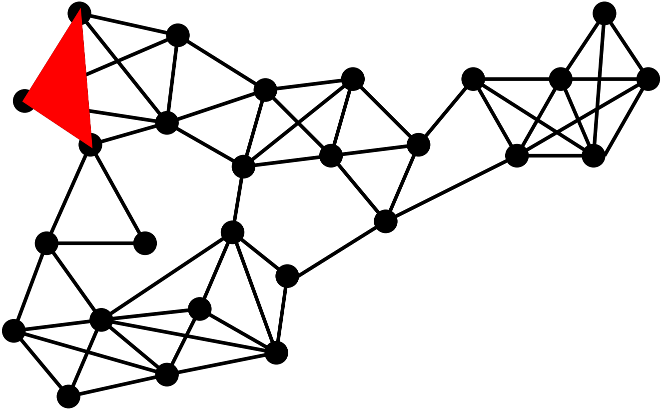
Példa

$k = 3$:



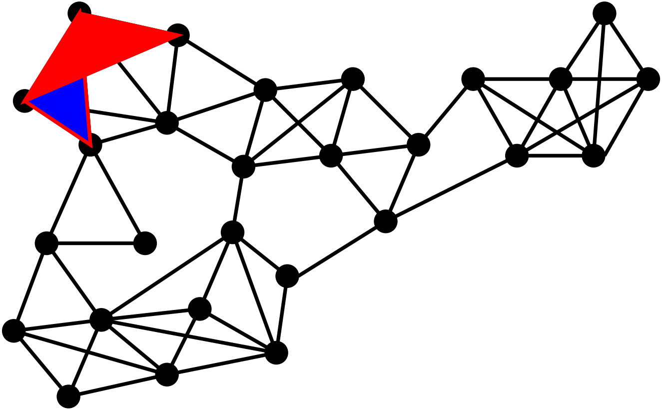
Példa

$k = 3$:



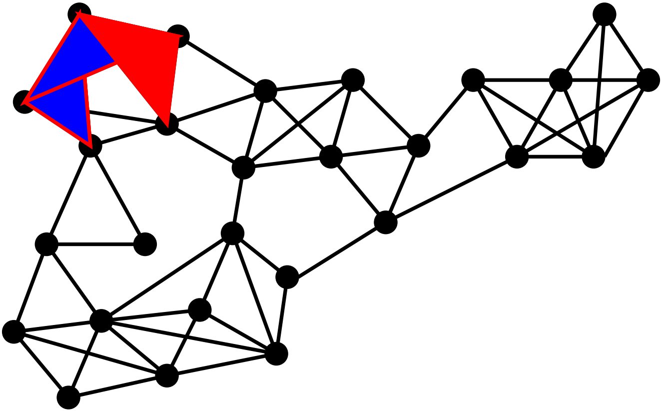
Példa

$k = 3$:



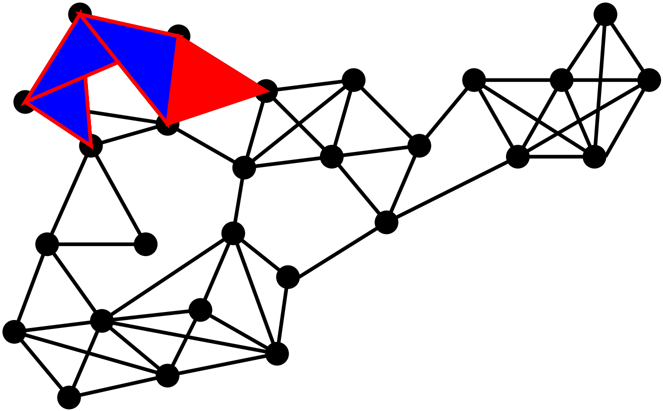
Példa

$k = 3$:



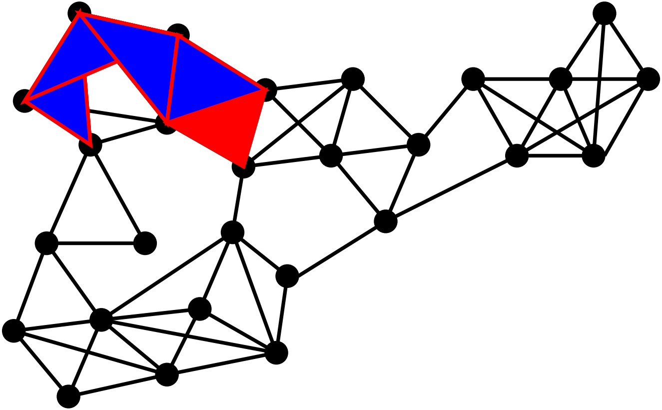
Példa

$k = 3$:



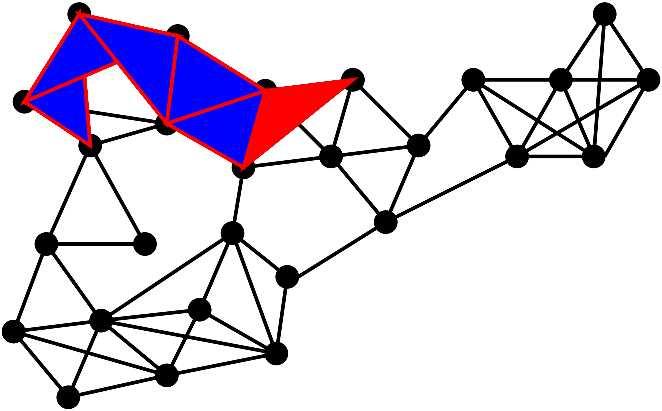
Példa

$k = 3$:



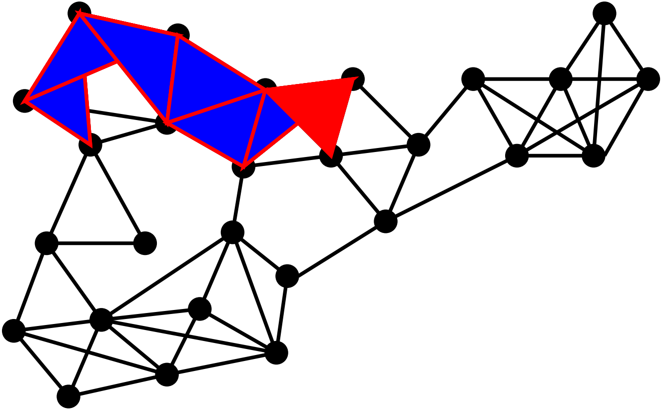
Példa

$k = 3$:



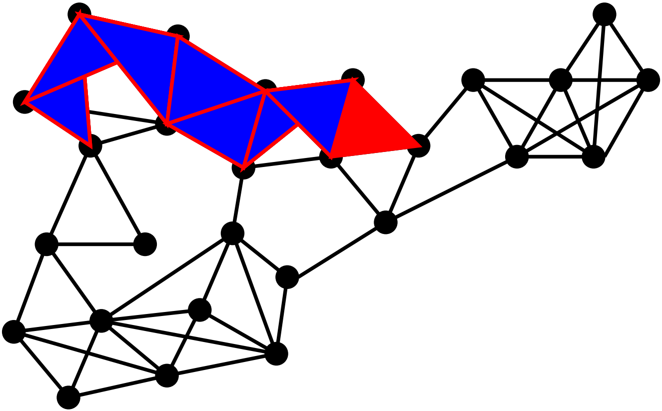
Példa

$k = 3$:



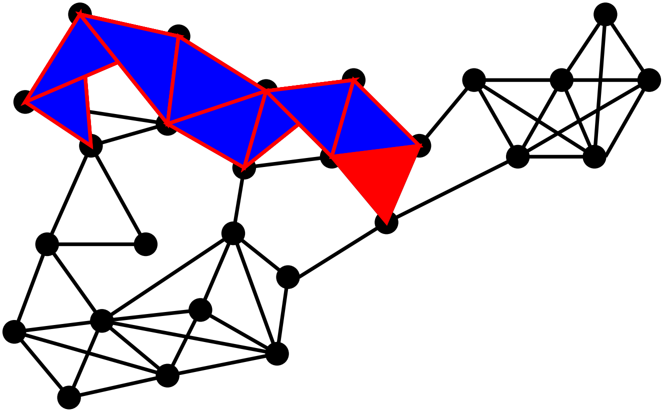
Példa

$k = 3$:



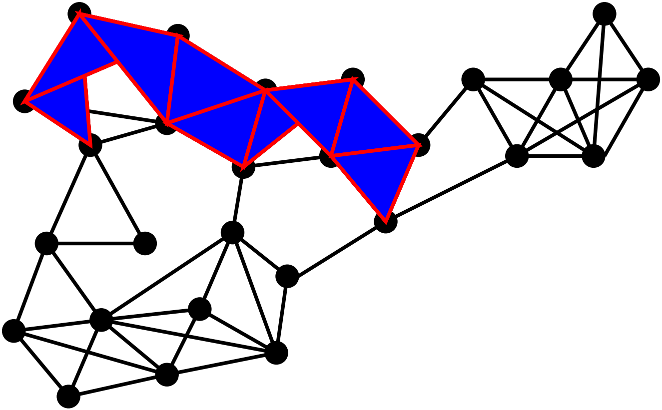
Példa

$k = 3$:



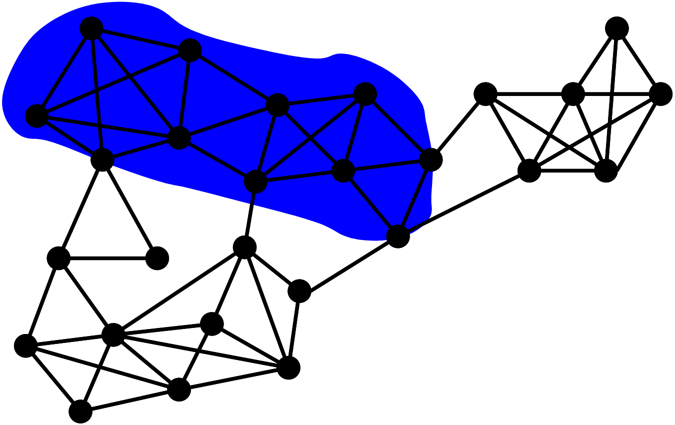
Példa

$k = 3$:



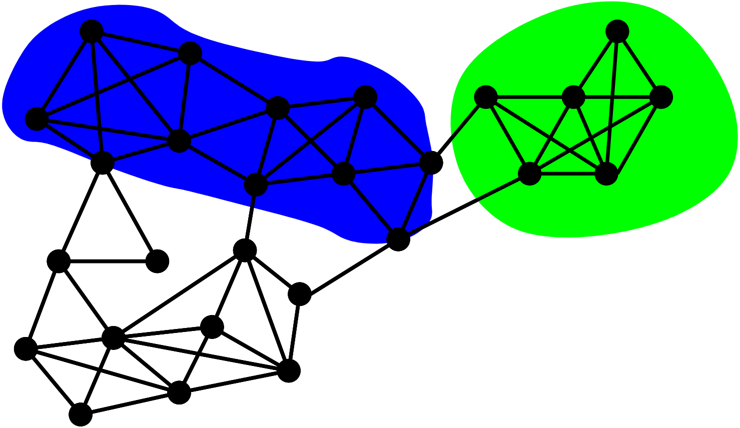
Példa

$k = 3$:



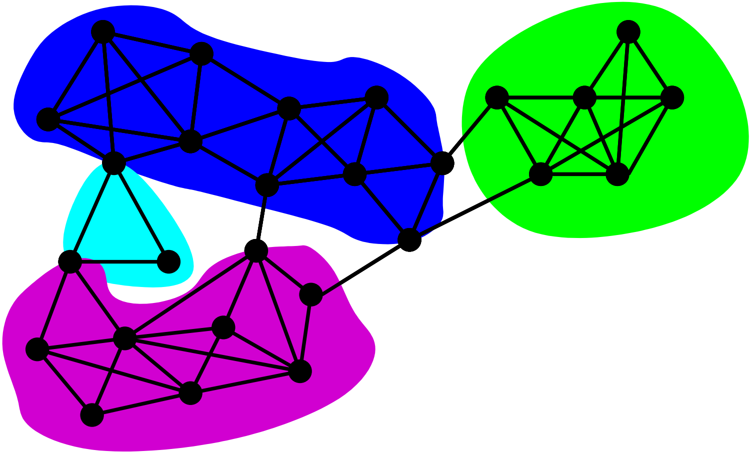
Példa

$k = 3$:



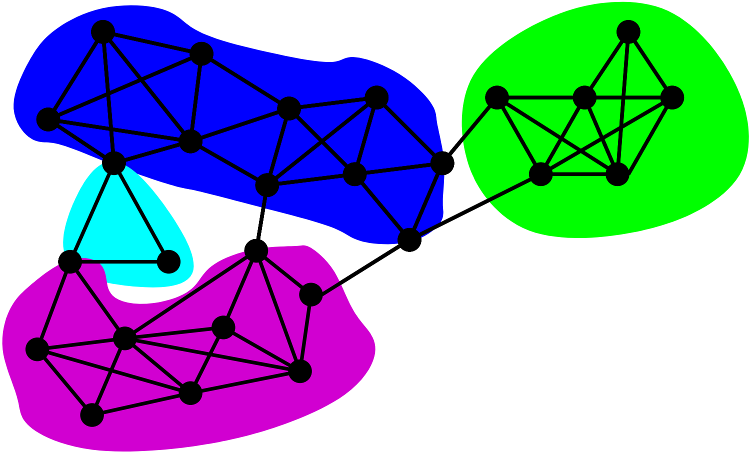
Példa

$k = 3$:



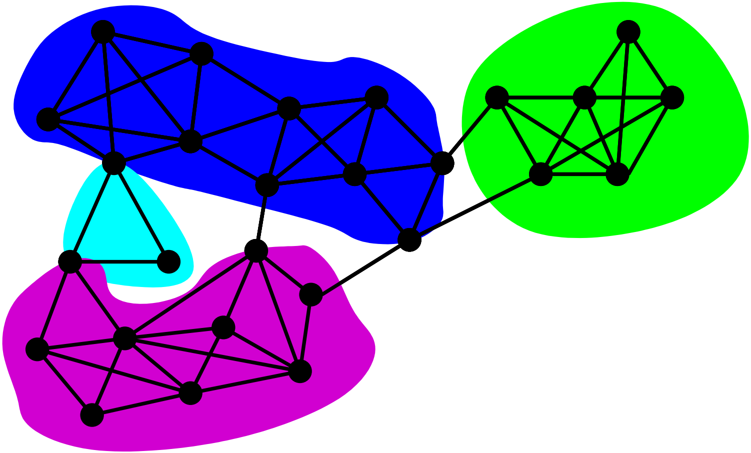
Példa

$k = 3$:



Példa

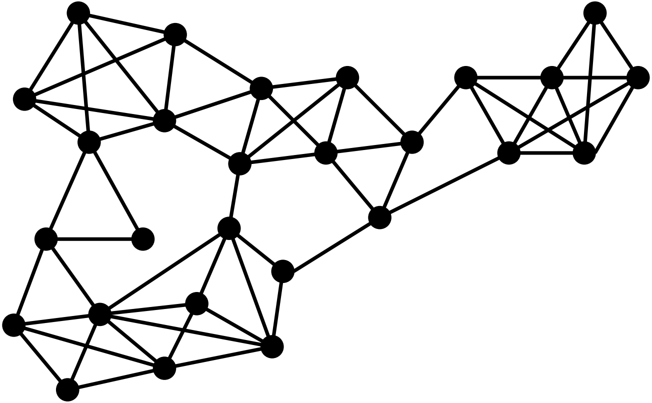
$k = 3$:



Nem ugyanaz, mint a 2-összefüggő komponensek.

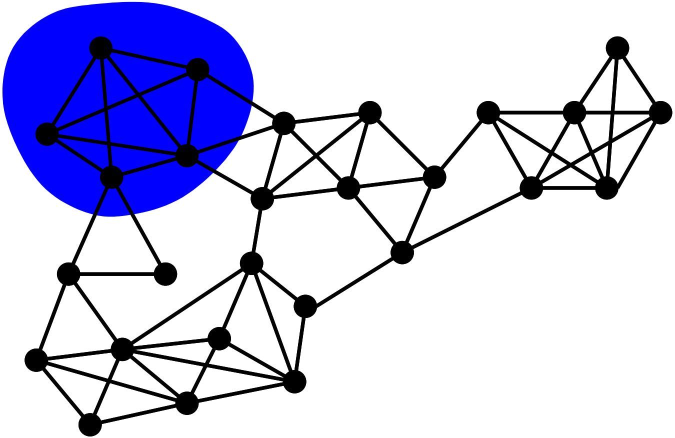
Példa

$k = 4$:



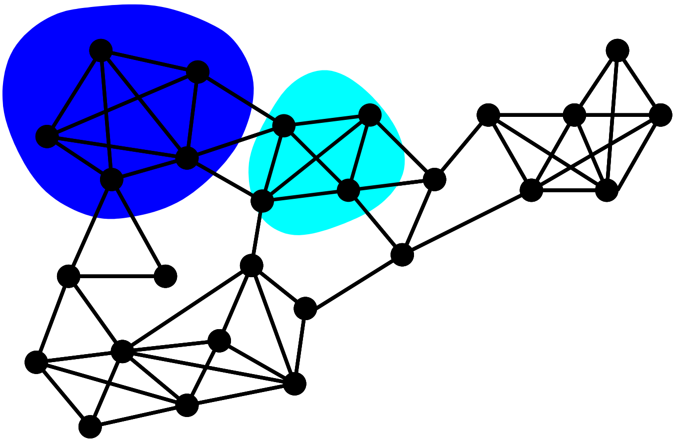
Példa

$k = 4$:



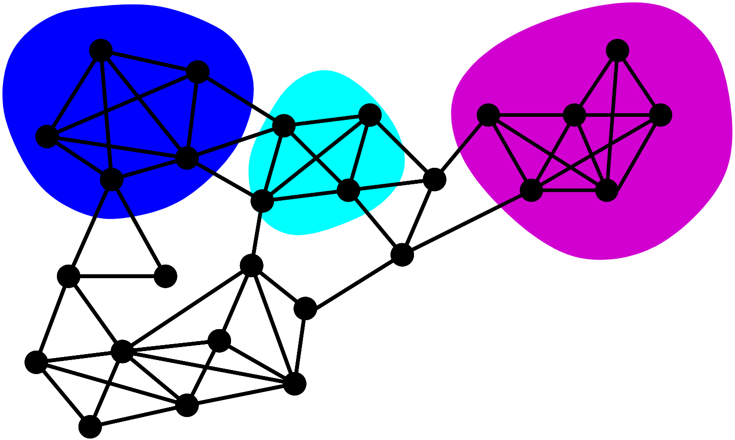
Példa

$k = 4$:



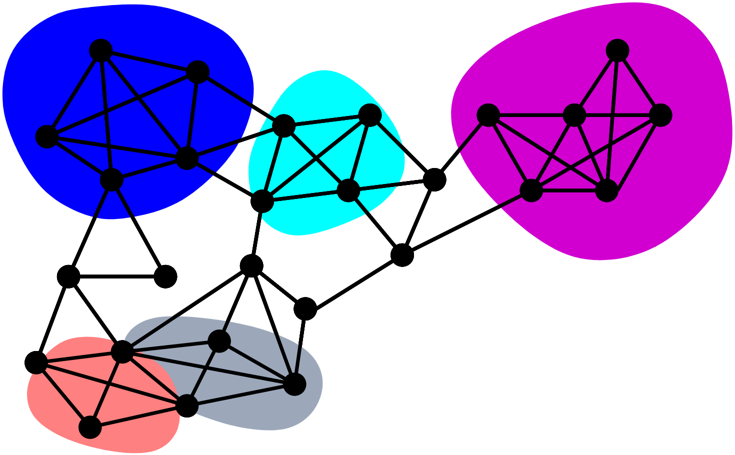
Példa

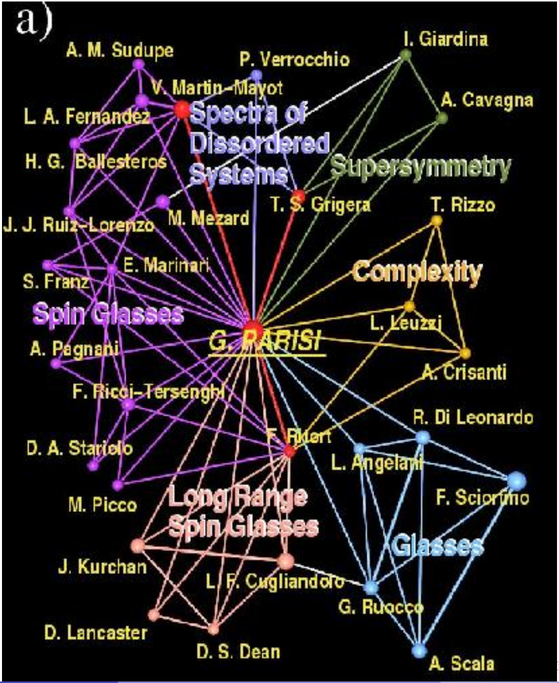
$k = 4$:

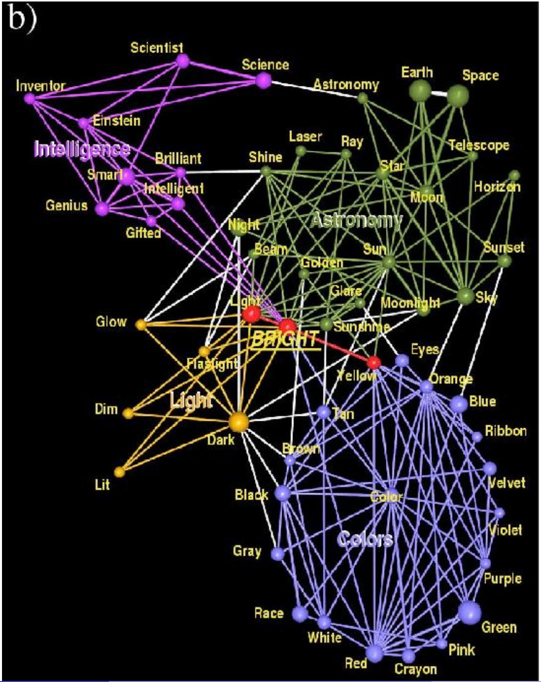


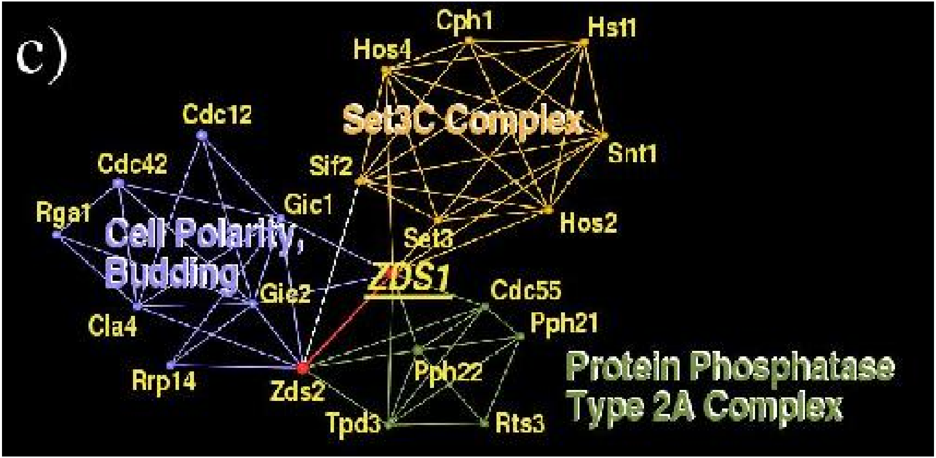
Példa

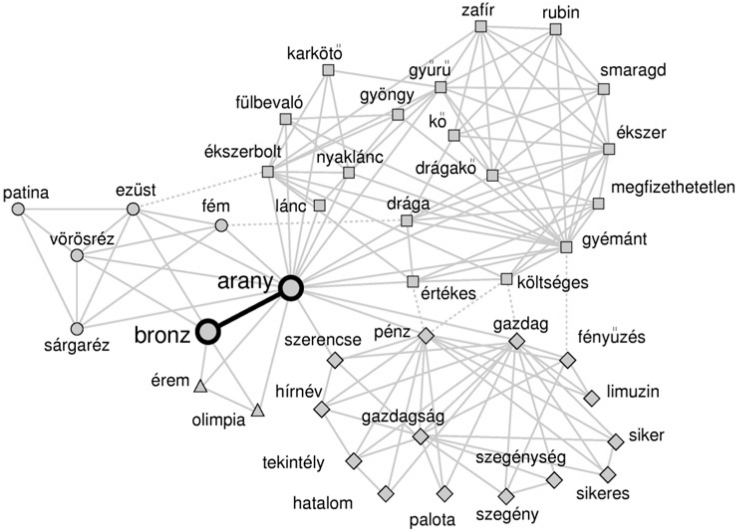
$k = 4$:




a)
A. M. Sudupe
P. Verrocchio
I. Giardina
V. Martin-Mayot
A. Cavagna
L. A. Fernandez
Spectra of Dissordered Systems
H. G. Ballesteros
Supersymmetry
T. S. Grigera
T. Rizzo
J. J. Ruiz-Lorenzo
M. Mezard
E. Marinari
S. Franz
Complexity
Spin Glasses
L. Leuzzi
G. PARISI
A. Pagnani
A. Crisanti
F. Ricci-Tersenghi
R. Di Leonardo
F. Ritort
D. A. Stariolo
L. Angelani
F. Sciortino
M. Picco
Long Range Spin Glasses
Glasses
J. Kurchan
L. F. Cugliandolo
G. Ruocco
D. Lancaster
D. S. Dean
A. Scala


b)
Scientist
Science
Inventor
Astronomy
Earth
Space
Einstein
Intelligence
Laser
Ray
Telescope
Brilliant
Shine
Star
Smart
Intelligent
Horizon
Moon
Genius
Gifted
Night
Astronomy
Beam
Sun
Sunset
Golden
Glare
Light
Moonlight
Sky
Glow
Sunshine
BRIGHT
Eyes
Flashlight
Yellow
Orange
Light
Blue
Dim
Tan
Ribbon
Dark
Brown
Lit
Velvet
Black
Color
Violet
Colors
Gray
Purple
Race
Green
White
Pink
Red
Crayon


c)
Cph1
Hst1
Hos4
Set3C Complex
Cdc12
Snt1
Cdc42
Sif2
Gic1
Rga1
Hos2
Cell Polarity,
Budding
Set3
ZDS1
Gic2
Cdc55
Cla4
Pph21
Protein Phosphatase
Type 2A Complex
Pph22
Rrp14
Zds2
Tpd3
Rts3


zafír
rubin
karkötő
gyűrű
smaragd
fülbevaló
gyöngy
kő
ékszer
ékszerbolt
nyaklánc
drágakő
megfizethetetlen
patina
ezüst
fém
lánc
drága
gyémánt
vörösréz
arany
értékes
költséges
bronz
sárgaréz
szerencse
pénz
gazdag
fényűzés
érem
hírnév
limuzin
olimpia
gazdagság
siker
tekintély
szegénység
sikeres
hatalom
palota
szegény

Algoritmikus kérdések

Input: n pontú, e élű G gráf (esetleg eredetileg súlyozott), k szám

Algoritmikus kérdések

Input: n pontú, e élű G gráf (esetleg eredetileg súlyozott), k szám

Output: A közösségek.

Algoritmikus kérdések

Input: n pontú, e élű G gráf (esetleg eredetileg súlyozott), k szám

Output: A közösségek.

Algoritmus:

- k-klikkek felsorolása

Algoritmikus kérdések

Input: n pontú, e élű G gráf (esetleg eredetileg súlyozott), k szám

Output: A közösségek.

Algoritmus:

- k-klikkek felsorolása
- Segédgráf generálása

Algoritmikus kérdések

Input: n pontú, e élű G gráf (esetleg eredetileg súlyozott), k szám

Output: A közösségek.

Algoritmus:

- k-klikkek felsorolása
- Segédgráf generálása
- Komponensek megkeresése

Algoritmikus kérdések

Input: n pontú, e élű G gráf (esetleg eredetileg súlyozott), k szám

Output: A közösségek.

Algoritmus:

- k-klikkek felsorolása
- Segédgráf generálása
- Komponensek megkeresése

Ez $k = 3$-ra még egész gyors, de már 10-re lassú lehet.

Klikkek felsorolása

Klikk nagyon sok lehet, és még egy szokásos gráfban is tényleg elég sok van.

Klikkek felsorolása

Klikk nagyon sok lehet, és még egy szokásos gráfban is tényleg elég sok van.

Helyette keressük meg a maximális klikkeket.

Klikkek felsorolása

Klikk nagyon sok lehet, és még egy szokásos gráfban is tényleg elég sok van.

Helyette keressük meg a maximális klikkeket.
Ebből is lehet sok:
$3^{\frac{n}{3}} \implies T_{\frac{n}{3},3}$ Turán gráf ($\frac{n}{3}$ osztály, mindegyikben 3 pont.)

Klikkek felsorolása

Klikk nagyon sok lehet, és még egy szokásos gráfban is tényleg elég sok van.

Helyette keressük meg a maximális klikkeket.
Ebből is lehet sok:
$3^{\frac{n}{3}} \implies T_{\frac{n}{3},3}$ Turán gráf ($\frac{n}{3}$ osztály, mindegyikben 3 pont.)

De a szóbajövő, gyakorlati alkalmazásokban ebből már rendszerint nincs sok.

Klikkek felsorolása

Klikk nagyon sok lehet, és még egy szokásos gráfban is tényleg elég sok van.

Helyette keressük meg a maximális klikkeket.
Ebből is lehet sok:
$3^{\frac{n}{3}} \implies T_{\frac{n}{3},3}$ Turán gráf ($\frac{n}{3}$ osztály, mindegyikben 3 pont.)

De a szóbajövő, gyakorlati alkalmazásokban ebből már rendszerint nincs sok.

Megfigyelés

Egy maximális klikk megkeresése gyors: mohó algoritmus

Algorimus maximális klikkek felsorolására

Tétel (Makino, Uno (2004))

Van olyan algorimus, ami felsorolja az összes maximális klikket $O(n^{2.376}\mu)$ időben, ahol μ a maximális klikkek száma.

Algorimus maximális klikkek felsorolására

Tétel (Makino, Uno (2004))

Van olyan algorimus, ami felsorolja az összes maximális klikket $O(n^{2.376}\mu)$ időben, ahol μ a maximális klikkek száma.

Bizonyítás vázlat:

Definíció

Legyen $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$.

Algorimus maximális klikkek felsorolására

Tétel (Makino, Uno (2004))

Van olyan algorimus, ami felsorolja az összes maximális klikket $O(n^{2.376}\mu)$ időben, ahol μ a maximális klikkek száma.

Bizonyítás vázlat:

Definíció

Legyen $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. Ha $S \subseteq V$, akkor $S_{\leq i} = S \cap \{v_1, \dots, v_i\}$.

Algorimus maximális klikkek felsorolására

Tétel (Makino, Uno (2004))

Van olyan algorimus, ami felsorolja az összes maximális klikket $O(n^{2.376}\mu)$ időben, ahol μ a maximális klikkek száma.

Bizonyítás vázlat:

Definíció

Legyen $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$. Ha $S \subseteq V$, akkor $S_{\leq i} = S \cap \{v_1, \ldots, v_i\}$. Ha $X, Y \subseteq V$ és az $(X - Y) \cup (Y - X)$-ben levő legkisebb sorszámú pont X-ben van, akkor X lexikografikusan nagyobb, mint Y.

Algorimus maximális klikkek felsorolására

Tétel (Makino, Uno (2004))

Van olyan algorimus, ami felsorolja az összes maximális klikket $O(n^{2.376}\mu)$ időben, ahol μ a maximális klikkek száma.

Bizonyítás vázlat:

Definíció

Legyen $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$. Ha $S \subseteq V$, akkor $S_{\leq i} = S \cap \{v_1, \ldots, v_i\}$. Ha $X, Y \subseteq V$ és az $(X - Y) \cup (Y - X)$-ben levő legkisebb sorszámú pont X-ben van, akkor X lexikografikusan nagyobb, mint Y. Ha K egy klikk, akkor legyen $C(K)$ a K-t tartalmazó maximális klikkek közül a lexikografikusan legnagyobb.

Algorimus maximális klikkek felsorolására

Tétel (Makino, Uno (2004))

Van olyan algorimus, ami felsorolja az összes maximális klikket $O(n^{2.376}\mu)$ időben, ahol μ a maximális klikkek száma.

Bizonyítás vázlat:

Definíció

Legyen $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$. Ha $S \subseteq V$, akkor $S_{\leq i} = S \cap \{v_1, \ldots, v_i\}$.
Ha $X, Y \subseteq V$ és az $(X - Y) \cup (Y - X)$-ben levő legkisebb sorszámú pont X-ben van, akkor X lexikografikusan nagyobb, mint Y.
Ha K egy klikk, akkor legyen $C(K)$ a K-t tartalmazó maximális klikkek közül a lexikografikusan legnagyobb.

Világos, hogy $C(K) \geq_{lex} K$.

A maximális klikkek fája

Legyen K_0 a lexikografikusan legnagyobb maximális klikk.

A maximális klikkek fája

Legyen K_0 a lexikografikusan legnagyobb maximális klikk.

Definíció

Egy $K \neq K_0$ maximális klikk $P(K)$ szülője legyen $C(K_{\leq i-1})$, ahol i a legnagyobb olyan index, amire $C(K_{\leq i-1}) \neq K$. Az ilyen i legyen a K szülő indexe: $i(K)$.

A maximális klikkek fája

Legyen K_0 a lexikografikusan legnagyobb maximális klikk.

Definíció

Egy $K \neq K_0$ maximális klikk $P(K)$ szülője legyen $C(K_{\leq i-1})$, ahol i a legnagyobb olyan index, amire $C(K_{\leq i-1}) \neq K$. Az ilyen i legyen a K szülő indexe: $i(K)$.

Ez K_0-t kivéve mindenre definiál egyértelműen egy szülőt ($K \neq C(K_{\leq 0})$).

A maximális klikkek fája

Legyen K_0 a lexikografikusan legnagyobb maximális klikk.

Definíció

Egy $K \neq K_0$ maximális klikk $P(K)$ szülője legyen $C(K_{\leq i-1})$, ahol i a legnagyobb olyan index, amire $C(K_{\leq i-1}) \neq K$. Az ilyen i legyen a K szülő indexe: $i(K)$.

Ez K_0-t kivéve mindenre definiál egyértelműen egy szülőt ($K \neq C(K_{\leq 0})$).
Mivel a szülő lexikografikusan nagyobb, mint a gyerek, ezért ez egy gyökeres fa lesz.

A maximális klikkek fája

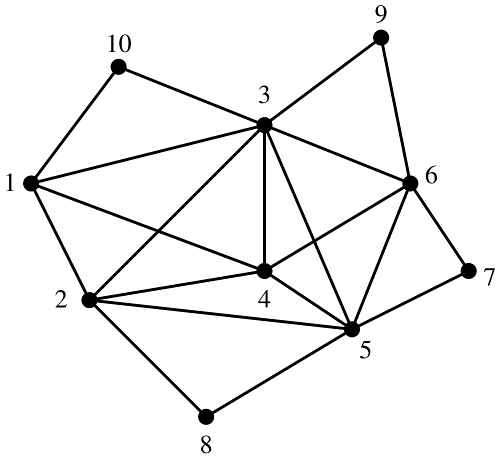
Legyen K_0 a lexikografikusan legnagyobb maximális klikk.

Definíció

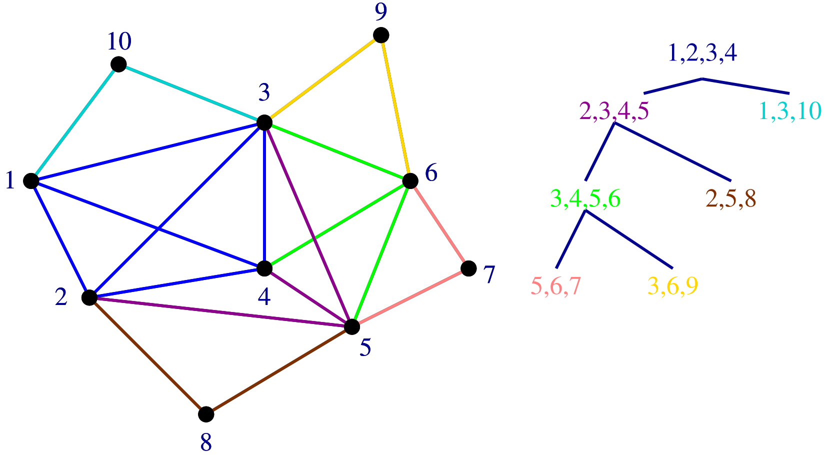
Egy $K \neq K_0$ maximális klikk $P(K)$ szülője legyen $C(K_{\leq i-1})$, ahol i a legnagyobb olyan index, amire $C(K_{\leq i-1}) \neq K$. Az ilyen i legyen a K szülő indexe: $i(K)$.

Ez K_0-t kivéve mindenre definiál egyértelműen egy szülőt ($K \neq C(K_{\leq 0})$).
Mivel a szülő lexikografikusan nagyobb, mint a gyerek, ezért ez egy gyökeres fa lesz.
Az összes algoritmus ezt a fát járja be valamilyen sorrendben.

Példa



Példa



Szülő-gyerek meghatározása

Adott K-ra könnyű megkeresni a szülőt: Vegyük csökkenő sorrendben az i-ket.

Szülő-gyerek meghatározása

Adott K-ra könnyű megkeresni a szülőt: Vegyük csökkenő sorrendben az i-ket. Egy i-re megnézzük, hogy a $K_{\leq i-1}$-et milyen maximális klikk tartalmazza.

Szülő-gyerek meghatározása

Adott K-ra könnyű megkeresni a szülőt: Vegyük csökkenő sorrendben az i-ket. Egy i-re megnézzük, hogy a $K_{\leq i-1}$-et milyen maximális klikk tartalmazza. Sorra nézzük, hogy $v_1, v_2, \ldots$ össze van-e kötve mindegyikkel.

Szülő-gyerek meghatározása

Adott K-ra könnyű megkeresni a szülőt: Vegyük csökkenő sorrendben az i-ket. Egy i-re megnézzük, hogy a $K_{\leq i-1}$-et milyen maximális klikk tartalmazza. Sorra nézzük, hogy $v_1, v_2, \ldots$ össze van-e kötve mindegyikkel.

Az összes gyerek előállítása:

Definíció

$$K[i] = C\left(\left(K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i)\right) \cup \{v_i\}\right)$$

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

b) $i > i(K)$.

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

b) $i > i(K)$.

c) $K[i]_{\leq i-1} = K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i)$

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

b) $i > i(K)$.

c) $K[i]_{\leq i-1} = K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i)$

d) $K_{\leq i} = C(K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i))_{\leq i}$

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

b) $i > i(K)$.

c) $K[i]_{\leq i-1} = K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i)$

d) $K_{\leq i} = C(K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i))_{\leq i}$

a) és b) lineáris időben ellenőrizhető.

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

b) $i > i(K)$.

c) $K[i]_{\leq i-1} = K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i)$

d) $K_{\leq i} = C(K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i))_{\leq i}$

a) és b) lineáris időben ellenőrizhető. c) és d) még egy trükkel, gyors mátrix-szorzást alkalmazva, $O(n^{2.376})$ időben.

Lemma

Legyenek K és K' maximális klikkek. K' akkor és csak akkor gyereke K-nak, ha valamilyen i-re $K' = K[i]$, hogy

a) $v_i \notin K$.

b) $i > i(K)$.

c) $K[i]_{\leq i-1} = K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i)$

d) $K_{\leq i} = C(K_{\leq i} \cap \Gamma(v_i))_{\leq i}$

a) és b) lineáris időben ellenőrizhető. c) és d) még egy trükkel, gyors mátrix-szorzást alkalmazva, $O(n^{2.376})$ időben.

Ebből kijön az $O(n^{2.376}\mu)$ futásidő.

Közösségek megkeresése

- A maximális klikkekből készítünk egy fát, amiben két klikk szomszédos, ha a metszetük $\geq k - 1$.

Közösségek megkeresése

- A maximális klikkekből készítünk egy fát, amiben két klikk szomszédos, ha a metszetük $\geq k-1$. Ez elég a k-klikkek gráfja helyett.

Közösségek megkeresése

- A maximális klikkekből készítünk egy fát, amiben két klikk szomszédos, ha a metszetük $\geq k-1$. Ez elég a k-klikkek gráfja helyett.
- Megkeressük a komponenseket mondjuk szélességi kereséssel.

Közösségek megkeresése

- A maximális klikkekből készítünk egy fát, amiben két klikk szomszédos, ha a metszetük $\geq k-1$. Ez elég a k-klikkek gráfja helyett.
- Megkeressük a komponenseket mondjuk szélességi kereséssel.
- Ha két klikk egy közösségben van, akkor pontjaik is egy közösségben vannak.

Közösségek megkeresése

- A maximális klikkekből készítünk egy fát, amiben két klikk szomszédos, ha a metszetük $\geq k-1$. Ez elég a k-klikkek gráfja helyett.
- Megkeressük a komponenseket mondjuk szélességi kereséssel.
- Ha két klikk egy közösségben van, akkor pontjaik is egy közösségben vannak. Ez persze már nem ekvivalencia reláció.

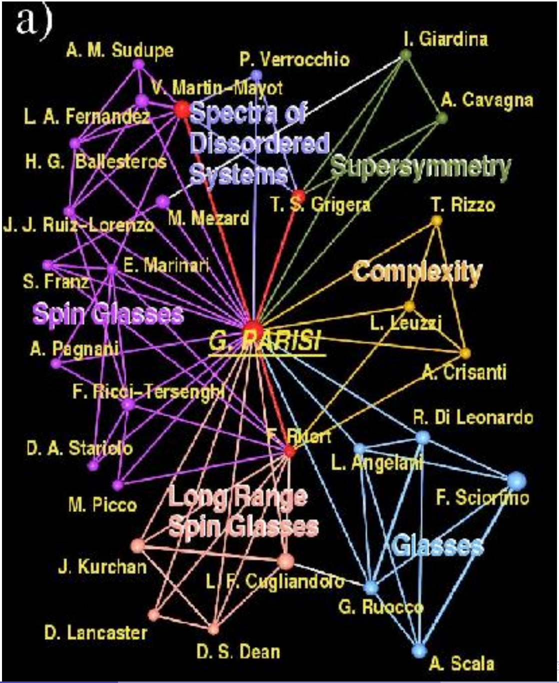
Mire tudjuk ezt használni?

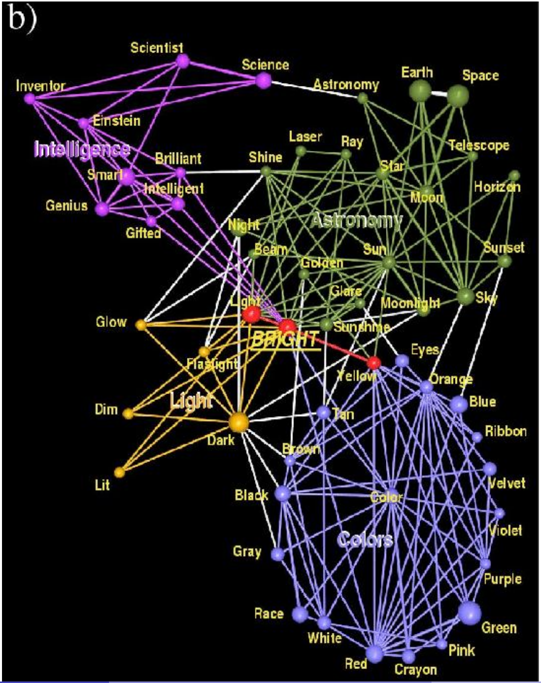
Lefuttatjuk $k = 3, 4, \ldots$-ra, lerajzoljuk és nézegetjük, hogy látszik-e valami érdekes. Tudunk-e valamit mondani az egy közösségen belül levő pontokról?

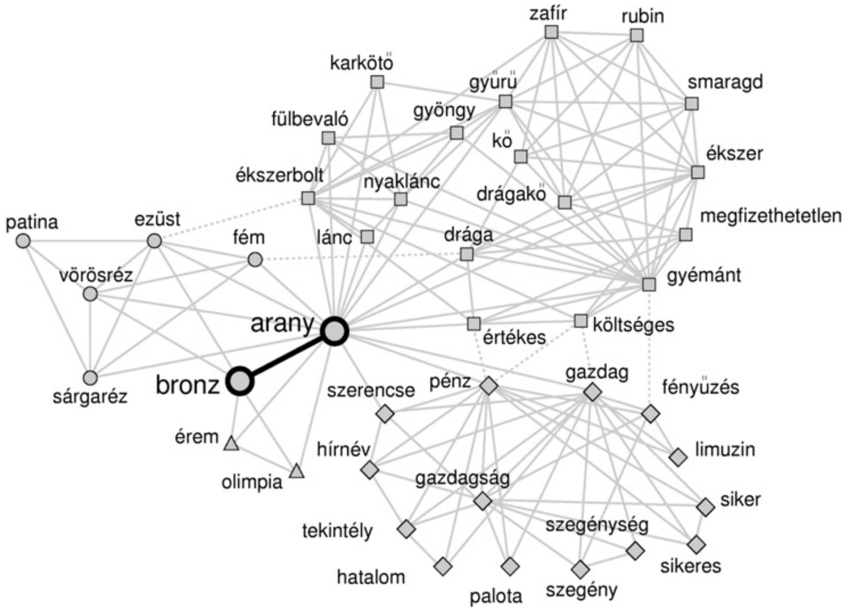
Mire tudjuk ezt használni?

Lefuttatjuk $k = 3, 4, \ldots$-ra, lerajzoljuk és nézegetjük, hogy látszik-e valami érdekes. Tudunk-e valamit mondani az egy közösségen belül levő pontokról?

Ez alapján kiválasztunk egy szimpatikus k-t és arról írnunk cikket.


a)
A. M. Sudupe
P. Verrocchio
I. Giardina
V. Martin-Mayot
A. Cavagna
L. A. Fernandez
Spectra of Dissordered Systems
H. G. Ballesteros
Supersymmetry
T. S. Grigera
T. Rizzo
J. J. Ruiz-Lorenzo
M. Mezard
E. Marinari
S. Franz
Complexity
Spin Glasses
L. Leuzzi
G. PARISI
A. Pagnani
A. Crisanti
F. Ricci-Tersenghi
R. Di Leonardo
F. Ritort
D. A. Stariolo
L. Angelani
F. Sciortino
M. Picco
Long Range Spin Glasses
Glasses
J. Kurchan
L. F. Cugliandolo
G. Ruocco
D. Lancaster
D. S. Dean
A. Scala


b)
Scientist
Science
Inventor
Astronomy
Earth
Space
Einstein
Intelligence
Laser
Ray
Telescope
Brilliant
Shine
Star
Smart
Intelligent
Horizon
Moon
Genius
Gifted
Night
Astronomy
Beam
Sun
Sunset
Golden
Glare
Moonlight
Sky
Light
Glow
Sunshine
BRIGHT
Eyes
Flashlight
Yellow
Orange
Light
Dim
Blue
Tan
Ribbon
Dark
Brown
Velvet
Lit
Black
Color
Violet
Colors
Gray
Purple
Race
Green
White
Pink
Red
Crayon


zafír
rubin
karkötő
gyűrű
smaragd
fülbevaló
gyöngy
kő
ékszer
ékszerbolt
nyaklánc
drágakő
megfizethetetlen
patina
ezüst
fém
lánc
drága
gyémánt
vörösréz
arany
értékes
költséges
bronz
sárgaréz
szerencse
pénz
gazdag
fényűzés
érem
hírnév
limuzin
olimpia
gazdagság
siker
tekintély
szegénység
sikeres
hatalom
palota
szegény

Hogyan rajzoljuk le a gráfot?

- Minden él legyen egy rugó, ami $f(d(u, v) - d_0)$ erővel húzza össze a csúcsokat.

Hogyan rajzoljuk le a gráfot?

- Minden él legyen egy rugó, ami $f(d(u,v) - d_0)$ erővel húzza össze a csúcsokat. (A d_0 azért kell, hogy pl. teljes gráfra ne egy pontba menjen minden.)

Hogyan rajzoljuk le a gráfot?

- Minden él legyen egy rugó, ami $f(d(u,v) - d_0)$ erővel húzza össze a csúcsokat. (A d_0 azért kell, hogy pl. teljes gráfra ne egy pontba menjen minden.)
- Minden nem-élhez pedig egy olyan rugót, ami $f'(d(u,v))$ erővel taszítja a két csúcsot.

Hogyan rajzoljuk le a gráfot?

- Minden él legyen egy rugó, ami $f(d(u,v) - d_0)$ erővel húzza össze a csúcsokat. (A d_0 azért kell, hogy pl. teljes gráfra ne egy pontba menjen minden.)
- Minden nem-élhez pedig egy olyan rugót, ami $f'(d(u,v))$ erővel taszítja a két csúcsot.

Van sok egyéb variáció:

http://en.wikipedia.org/wiki/Force-based_algorithms

Tartalom

Biológia

Adott egy csomó protein, melyek között kísérletileg igazolt kölcsönhatások vannak $\Longrightarrow$ súlyozott gráf

Biológia

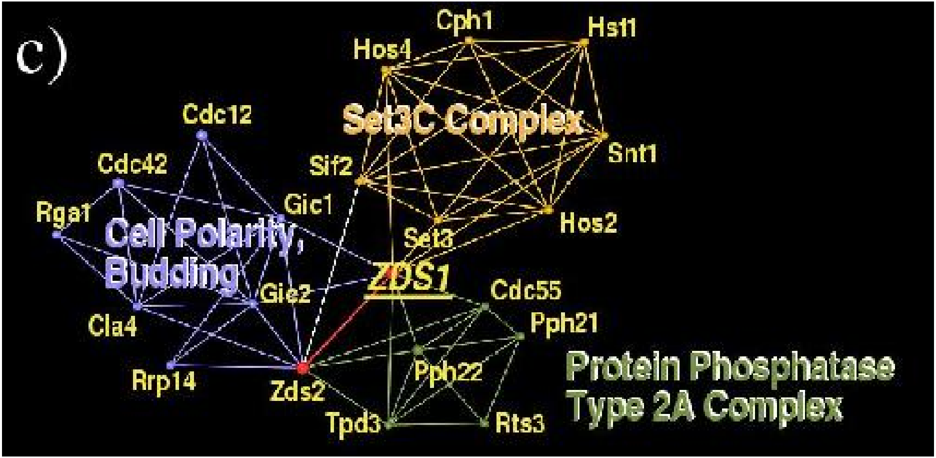
Adott egy csomó protein, melyek között kísérletileg igazolt kölcsönhatások vannak $\Longrightarrow$ súlyozott gráf
Ebből készítünk egy súlyozatlan gráfot, abban megkeressük a közösségeket.

Biológia

Adott egy csomó protein, melyek között kísérletileg igazolt kölcsönhatások vannak $\Longrightarrow$ súlyozott gráf
Ebből készítünk egy súlyozatlan gráfot, abban megkeressük a közösségeket.
A közösségekről észrevesszük, hogy az egy közösségen belül levőknek hasonló a biológiai funkciója.

Biológia

Adott egy csomó protein, melyek között kísérletileg igazolt kölcsönhatások vannak $\Longrightarrow$ súlyozott gráf
Ebből készítünk egy súlyozatlan gráfot, abban megkeressük a közösségeket.
A közösségekről észrevesszük, hogy az egy közösségen belül levőknek hasonló a biológiai funkciója.
Ebből következtetni tudunk, hogy az ugyanott levőknek is valószínűleg hasonló, akkor is, ha eddig nem tudtunk róla.


c)
Cph1
Hst1
Hos4
Set3C Complex
Snt1
Cdc12
Cdc42
Sif2
Gic1
Hos2
Rga1
Cell Polarity,
Budding
Set3
ZDS1
Gic2
Cdc55
Cla4
Pph21
Pph22
Protein Phosphatase
Type 2A Complex
Rrp14
Zds2
Tpd3
Rts3

Súlyozottból súlyozatlan

Kérdés

Hogyan csinálunk súlyozatlan gráfot?

Súlyozottból súlyozatlan

Kérdés

Hogyan csinálunk súlyozatlan gráfot?

Egy ügyesen meghatározott korlát alatti éleket elhagyjuk.

Súlyozottból súlyozatlan

Kérdés

Hogyan csinálunk súlyozatlan gráfot?

Egy ügyesen meghatározott korlát alatti éleket elhagyjuk.

Kérdés

Mi legyen a korlát?

Súlyozottból súlyozatlan

Kérdés

Hogyan csinálunk súlyozatlan gráfot?

Egy ügyesen meghatározott korlát alatti éleket elhagyjuk.

Kérdés

Mi legyen a korlát?

Úgy érdemes választani, hogy a közösségek ne legyenek se túl nagyok, se túl kicsik.

Fázisátmenet

Tétel

Ha egy N pontú gráf éleit $p_c(k)$ valószínűséggel vesszük be egy véletlen gráfba, ahol

$$p_c(k) \geq \frac{1}{[(k-1)N]^{\frac{1}{k-1}}}$$

akkor nagy valószínűséggel egy nagy közösség lesz.

Fázisátmenet

Tétel

Ha egy N pontú gráf éleit $p_c(k)$ valószínűséggel vesszük be egy véletlen gráfba, ahol

$$p_c(k) \geq \frac{1}{[(k-1)N]^{\frac{1}{k-1}}}$$

akkor nagy valószínűséggel egy nagy közösség lesz.

Válasszuk a korlátot úgy, hogy kicsivel ez alatt legyen.

Szociális hálók

M. C. Gonzalez, H. J. Herrmann, J. Kertész and T. Vicsek
Community structure and ethnic preferences in school friendship networks
Physica A **379**, (2007) 307-316.

Szociális hálók

M. C. Gonzalez, H. J. Herrmann, J. Kertész and T. Vicsek
Community structure and ethnic preferences in school friendship networks
Physica A **379**, (2007) 307-316.

Egy iskola diákjai között kiosztott kérdőíven bejelölik, hogy kik a barátaik.

Szociális hálók

M. C. Gonzalez, H. J. Herrmann, J. Kertész and T. Vicsek
Community structure and ethnic preferences in school friendship networks
Physica A **379**, (2007) 307-316.

Egy iskola diákjai között kiosztott kérdőíven bejelölik, hogy kik a barátaik.
Ezen a gráfon megkeressük a közösségeket, és érdekeseket mondunk.

Szociális hálók

M. C. Gonzalez, H. J. Herrmann, J. Kertész and T. Vicsek
Community structure and ethnic preferences in school friendship networks
Physica A **379**, (2007) 307-316.

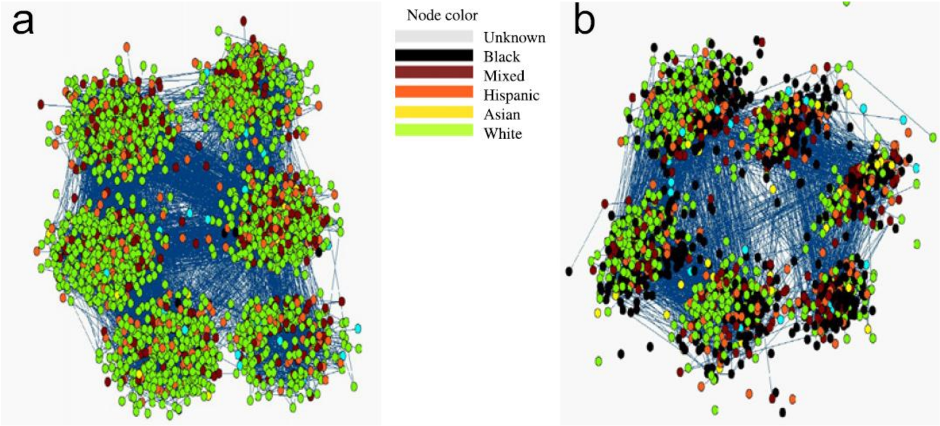
Egy iskola diákjai között kiosztott kérdőíven bejelölik, hogy kik a barátaik.
Ezen a gráfon megkeressük a közösségeket, és érdekeseket mondunk.
Fel lehet rajzolni a közösségek szomszédossági gráfját is.

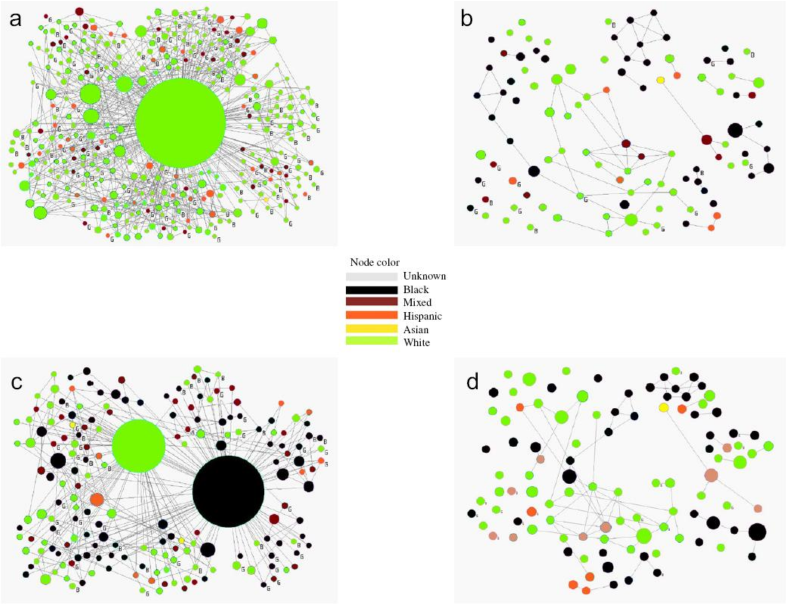
Szociális hálók

M. C. Gonzalez, H. J. Herrmann, J. Kertész and T. Vicsek
Community structure and ethnic preferences in school friendship networks
Physica A **379**, (2007) 307-316.

Egy iskola diákjai között kiosztott kérdőíven bejelölik, hogy kik a barátaik.
Ezen a gráfon megkeressük a közösségeket, és érdekeseket mondunk.
Fel lehet rajzolni a közösségek szomszédossági gráfját is.

IWIW is hasonló.


a
Node color
Unknown
Black
Mixed
Hispanic
Asian
White
b


a
b
c
d
Node color
Unknown
Black
Mixed
Hispanic
Asian
White

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól.

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól. $\Longrightarrow$ Új véletlen gráf modell kell.

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól. $\Longrightarrow$ Új véletlen gráf modell kell.

Tétel

- *Adott egy N_0 méretű kezdeti gráf.*

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól. $\Longrightarrow$ Új véletlen gráf modell kell.

Tétel

- *Adott egy N_0 méretű kezdeti gráf.*
- *Egy új pontot veszek hozzá.*

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól. $\Longrightarrow$ Új véletlen gráf modell kell.

Tétel

- *Adott egy N_0 méretű kezdeti gráf.*
- *Egy új pontot veszek hozzá.*
- *Ezt összekötöm $m_r N$ véletlenül kiválasztott ponttal.*

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól. $\Longrightarrow$ Új véletlen gráf modell kell.

Tétel

- *Adott egy N_0 méretű kezdeti gráf.*
- *Egy új pontot veszek hozzá.*
- *Ezt összekötöm $m_r N$ véletlenül kiválasztott ponttal.*
- *Az eddigi szomszédok szomszédaiból is még összekötöm $m_s N$ darabbal.*

Új véletlen gráf modell szociális hálókra

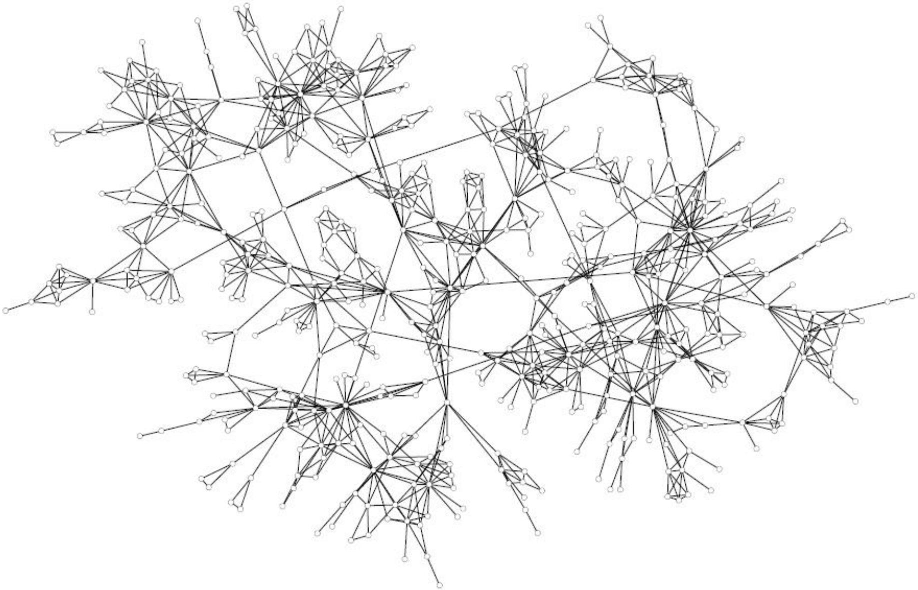
R. Toivonen, J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, and K. Kaski
A Model for Social Networks
Physica A, **371(2)**, 851-860, (2006)

A szociális hálók véletlen gráfok, de a paraméterei különböznek az Erdős-Rényi modell által kapottaktól. $\Longrightarrow$ Új véletlen gráf modell kell.

Tétel

- *Adott egy N_0 méretű kezdeti gráf.*
- *Egy új pontot veszek hozzá.*
- *Ezt összekötöm $m_r N$ véletlenül kiválasztott ponttal.*
- *Az eddigi szomszédok szomszédaiból is még összekötöm $m_s N$ darabbal.*

Ha egy ilyen gráfra megnézem a közösségeket, akkor olyanok lesznek, mint az igazi szociális hálóknál.



Tartalom

Súlyozott klikkek

Definíció

Egy súlyozott gráfban egy klikk intenzitása legyen a súlyok mértani közepe.

Súlyozott klikkek

Definíció

Egy súlyozott gráfban egy klikk intenzitása legyen a súlyok mértani közepe. Két klikk akkor van egy közösségben, ha mindkettő intenzitása legalább I és elérhetők egymásból $> I$ *intenzitású klikkek sorozatán.*

Tartalom

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott v_i pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel.*

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott v_i pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel. A v_j szomszédba érve ezt mégegyszer megcsináljuk, csak v_i-t kihagyjuk a számításból.*

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott v_i pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel. A v_j szomszédba érve ezt mégegyszer megcsináljuk, csak v_i-t kihagyjuk a számításból. Az így kapott v_k pont és v_i közé felveszünk egy új élet 1 súllyal ha nem volt él,*

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott v_i pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel. A v_j szomszédba érve ezt mégegyszer megcsináljuk, csak v_i-t kihagyjuk a számításból. Az így kapott v_k pont és v_i közé felveszünk egy új élet 1 súllyal ha nem volt él, különben a meglévő él súlyát növeljük δ-val.*

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott v_i pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel. A v_j szomszédba érve ezt mégegyszer megcsináljuk, csak v_i-t kihagyjuk a számításból. Az így kapott v_k pont és v_i közé felveszünk egy új élet 1 súllyal ha nem volt él, különben a meglévő él súlyát növeljük δ-val. Közben a 2 hosszú út éleinek súlyát is növeljük δ-val.*

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott* v_i *pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel. A* v_j *szomszédba érve ezt mégegyszer megcsináljuk, csak* v_i*-t kihagyjuk a számításból. Az így kapott* v_k *pont és* v_i *közé felveszünk egy új élet 1 súllyal ha nem volt él, különben a meglévő él súlyát növeljük* δ*-val. Közben a 2 hosszú út éleinek súlyát is növeljük* δ*-val.*
- p_r *valószínűséggel behúzunk egy új élet.*

Új modell a szociális háló változásaira

Definíció

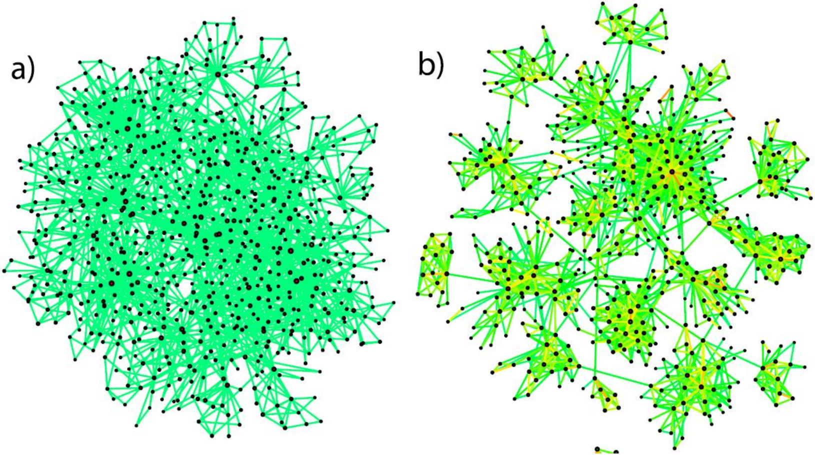
Adott egy szociális háló, élei súlyozottak. Minden lépésben három dolog közül választunk:

- *Egy véletlenül kiválasztott v_i pontból véletlenül elindulunk valamelyik szomszédjába az élek súlyaival arányos valószínűséggel. A v_j szomszédba érve ezt mégegyszer megcsináljuk, csak v_i-t kihagyjuk a számításból. Az így kapott v_k pont és v_i közé felveszünk egy új élet 1 súllyal ha nem volt él, különben a meglévő él súlyát növeljük δ-val. Közben a 2 hosszú út éleinek súlyát is növeljük δ-val.*
- *p_r valószínűséggel behúzunk egy új élet.*
- *p_d valószínűséggel kitöröljük egy pontól induló összes élet.*

A paraméterek különböző esetén megnézzük, hogy a súlyozott közösségek olyanok lesznek-e, mint a valóságban.

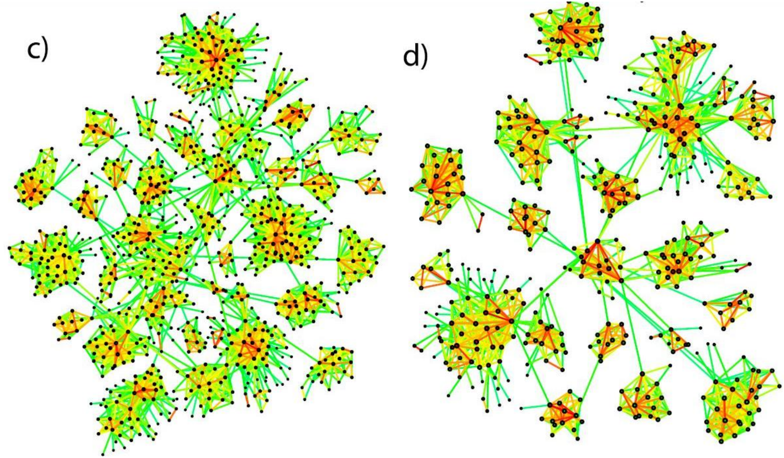
A paraméterek különböző esetén megnézzük, hogy a súlyozott közösségek olyanok lesznek-e, mint a valóságban.

$\delta = 0$, $\delta = 0.1$



A paraméterek különböző esetén megnézzük, hogy a súlyozott közösségek olyanok leesznek-e, mint a valóságban.

$\delta = 0.5$, $\delta = 1$



Tartalom

Megfigyelés

A megfelelő k kiválasztása nem világos, hogyan történik.

Megfigyelés

A megfelelő k kiválasztása nem világos, hogyan történik.

Ha a gráfra úgy tekintünk, mint információk terjedésének modellje:
Ha pl. két K_5 metszete 3, akkor az egyik klikkből eljut a másikba az info.

Megfigyelés

A megfelelő k kiválasztása nem világos, hogyan történik.

Ha a gráfra úgy tekintünk, mint információk terjedésének modellje:
Ha pl. két K_5 metszete 3, akkor az egyik klikkből eljut a másikba az info.
De ha két K_{100} metszete 3, akkor nem.

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,
- *minden pont benne van egy q pontú klikkeben,*

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,
- *minden pont benne van egy q pontú klikkeben,*
- *bármely két S-beli pontra teljesül, hogy van egy őket tartalmazó olyan klikksorozat, melyre, ha két szomszédos klikk mérete k és l, metszetük pedig m, akkor $f(k,l,m) > r$, ahol $p, q \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{R}$, $f(k,l,m) : N \times N \times N \to \mathbb{R}$ a modell paraméterei.*

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,
- *minden pont benne van egy q pontú klikkeben,*
- *bármely két S-beli pontra teljesül, hogy van egy őket tartalmazó olyan klikksorozat, melyre, ha két szomszédos klikk mérete k és l, metszetük pedig m, akkor $f(k, l, m) > r$, ahol $p, q \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{R}$, $f(k, l, m) : N \times N \times N \to \mathbb{R}$ a modell paraméterei.*

$p = q = 3, f(k, l, m) = 0, r = 1 \implies$

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,
- *minden pont benne van egy q pontú klikkeben,*
- *bármely két S-beli pontra teljesül, hogy van egy őket tartalmazó olyan klikksorozat, melyre, ha két szomszédos klikk mérete k és l, metszetük pedig m, akkor $f(k, l, m) > r$, ahol $p, q \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{R}$, $f(k, l, m) : N \times N \times N \to \mathbb{R}$ a modell paraméterei.*

$p = q = 3, f(k, l, m) = 0, r = 1 \implies$ nemtrivi klikkek

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,
- *minden pont benne van egy q pontú klikkeben,*
- *bármely két S-beli pontra teljesül, hogy van egy őket tartalmazó olyan klikksorozat, melyre, ha két szomszédos klikk mérete k és l, metszetük pedig m, akkor $f(k,l,m) > r$, ahol $p,q \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{R}$, $f(k,l,m) : N \times N \times N \to \mathbb{R}$ a modell paraméterei.*

$p = q = 3, f(k,l,m) = 0, r = 1 \implies$ nemtrivi klikkek
$f(k,l,m) = m \implies$

P. P. Zubcsek, I. Chowdhury and Zsolt Katona
Information communities: The network structure of communication
kézirat

Definíció

Legyen S a pontok egy részhalmaza. S-et akkor hívjuk információs közösségnek, ha

- $|S| > p$,
- *minden pont benne van egy q pontú klikkeben,*
- *bármely két S-beli pontra teljesül, hogy van egy őket tartalmazó olyan klikksorozat, melyre, ha két szomszédos klikk mérete k és l, metszetük pedig m, akkor $f(k,l,m) > r$, ahol $p, q \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{R}$, $f(k,l,m) : N \times N \times N \to \mathbb{R}$ a modell paraméterei.*

$p = q = 3, f(k,l,m) = 0, r = 1 \implies$ nemtrivi klikkek
$f(k,l,m) = m \implies (m+1)$-közösségek (Palla, Vicsek)

Hogyan definiáljuk az f függvényt?

Modell: Ha az információt megtudja valaki, akkor mindenki aki vele egy maximális klikkben van, szintén azonnal megtudja (egyszerre tudja meg mindenki).

Hogyan definiáljuk az *f* függvényt?

Modell: Ha az információt megtudja valaki, akkor mindenki aki vele egy maximális klikkben van, szintén azonnal megtudja (egyszerre tudja meg mindenki). Utána minden élen δ valószínűséggel terjed az info.

Hogyan definiáljuk az f függvényt?

Modell: Ha az információt megtudja valaki, akkor mindenki aki vele egy maximális klikkben van, szintén azonnal megtudja (egyszerre tudja meg mindenki). Utána minden élen δ valószínűséggel terjed az info.

Megfigyelés

Egyik k méretű maximális klikkből, akkor jut át az info egy l méretűbe, ha a metszetük elég nagy részt kitesz:

$$\frac{m}{k+l} > r.$$

Hogyan definiáljuk az f függvényt?

Megfigyelés

Egy kis maximális klikkből nem jól megy át az info egy nagyba:

$$\frac{kl}{(k+l)^2} > r.$$

Hogyan definiáljuk az f függvényt?

Megfigyelés

Egy kis maximális klikkből nem jól megy át az info egy nagyba:

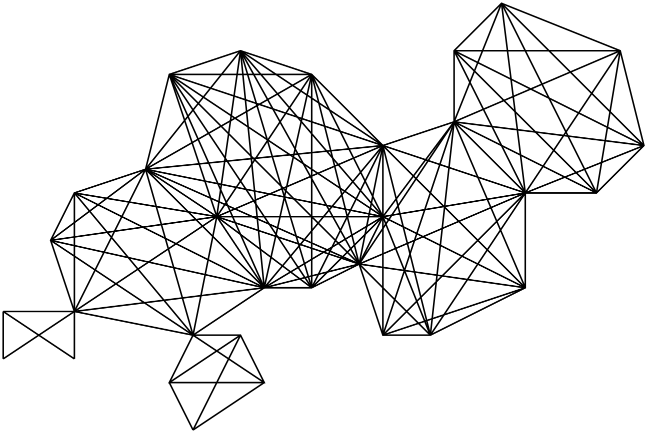
$$\frac{kl}{(k+l)^2} > r.$$

$\Longrightarrow$

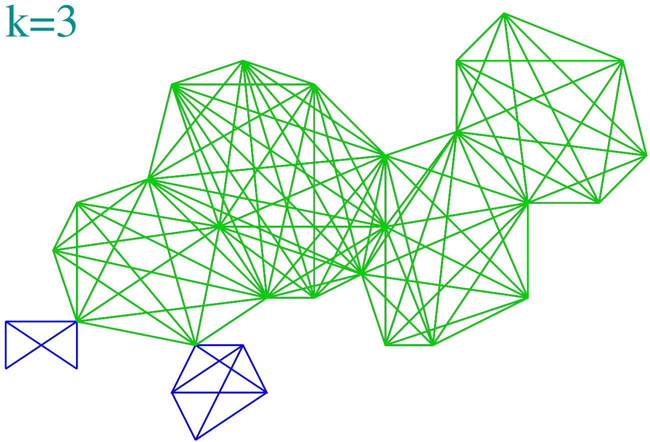
$$f(k,l,m) = \frac{8klm}{(k+l)^3}$$

Tartalom

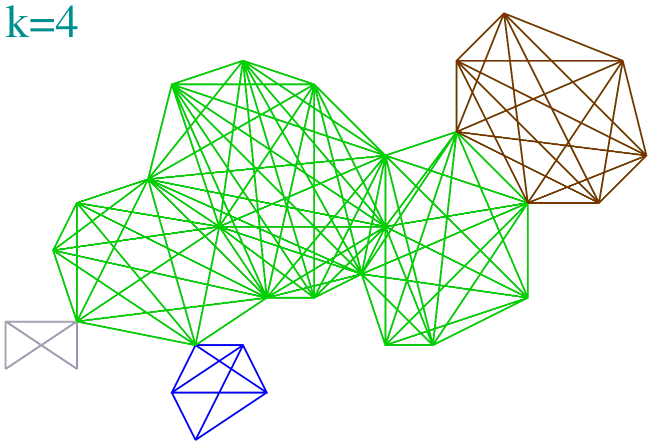
Másik probléma



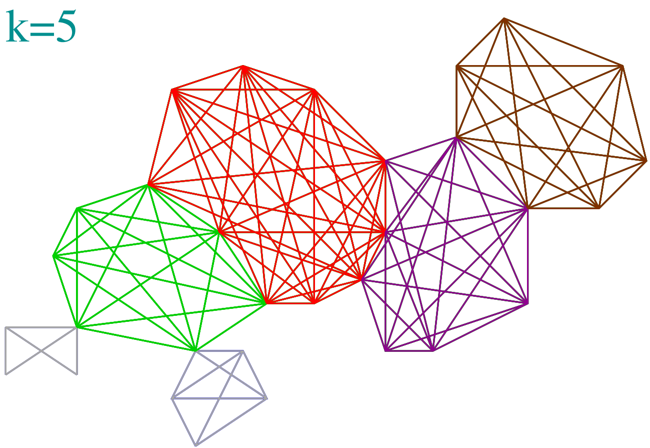
Másik probléma



Másik probléma

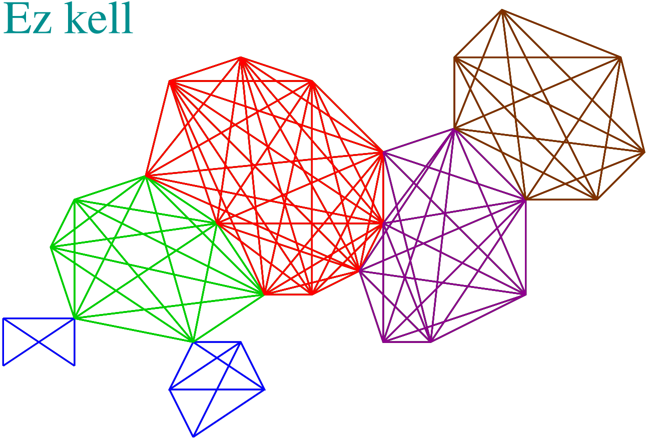


Másik probléma



Másik probléma

Ez kell



Más megközelítés

Tekinthetjük úgy is a gráfot, mintha csak a maximális klikkeket keresnénk, csak bizonyos élek (hibásan) nincsenek berajzolva

Más megközelítés

Tekinthetjük úgy is a gráfot, mintha csak a maximális klikkeket keresnénk, csak bizonyos élek (hibásan) nincsenek berajzolva

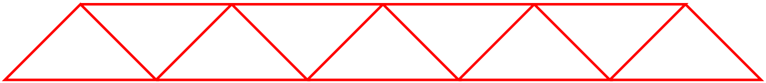
Hasonló megközelítés, hogy az élek „majdnem tranzitív relációt” jelölnek

Más megközelítés

Tekinthetjük úgy is a gráfot, mintha csak a maximális klikkeket keresnénk, csak bizonyos élek (hibásan) nincsenek berajzolva

Hasonló megközelítés, hogy az élek „majdnem tranzitív relációt” jelölnek

Ilyenkor pl. ezt nem akarjuk egy közösségnek:

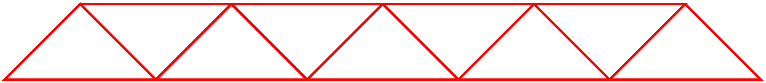


Más megközelítés

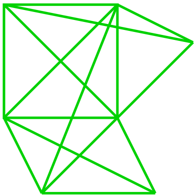
Tekinthetjük úgy is a gráfot, mintha csak a maximális klikkeket keresnénk, csak bizonyos élek (hibásan) nincsenek berajzolva

Hasonló megközelítés, hogy az élek „majdnem tranzitív relációt” jelölnek

Ilyenkor pl. ezt nem akarjuk egy közösségnek:



Ezt igen:



Szigorúbb feltétel közösségekre

L. Zahoránszky, G.Y. Katona, P. Akli, P. Hári, A. Málnási-Csimadia, K. A. Zweig, A. Zahoránszy-Kőhalmi, Breaking the Hierarchy - A New Cluster Selection Mechanism for Hierarchical Clustering Methods, *ALGORITHMS FOR MOLECULAR BIOLOGY* **4**: Paper 12. (2009)

Szigorúbb feltétel közösségekre

L. Zahoránszky, G.Y. Katona, P. Akli, P. Hári, A. Málnási-Csimadia, K. A. Zweig, A. Zahoránszy-Kőhalmi, Breaking the Hierarchy - A New Cluster Selection Mechanism for Hierarchical Clustering Methods, *ALGORITHMS FOR MOLECULAR BIOLOGY* **4**: Paper 12. (2009)

Definíció

Egy k-klikk közösség kielégíti a szigorú klikk feltételt, ha bármely két benne levő klikkenek van közös pontja.

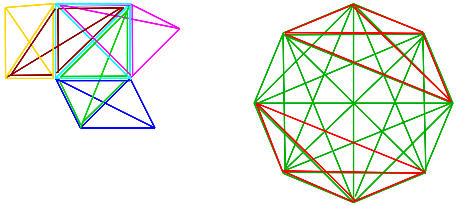
Szigorúbb feltétel közösségekre

L. Zahoránszky, G.Y. Katona, P. Akli, P. Hári, A. Málnási-Csimadia, K. A. Zweig, A. Zahoránszy-Kőhalmi, Breaking the Hierarchy - A New Cluster Selection Mechanism for Hierarchical Clustering Methods, *ALGORITHMS FOR MOLECULAR BIOLOGY* **4**: Paper 12. (2009)

Definíció

Egy k-klikk közösség kielégíti a szigorú klikk feltételt, ha bármely két benne levő klikknek van közös pontja.

$k = 4$-re az első jó, a második nem, de $k = 5$-re a második is jó.



Szigorú közösségek

Definíció

- $k = 3$
- *megkeressük a k-klikk közösségeket*

Szigorú közösségek

Definíció

- $k = 3$
- *megkeressük a k-klikk közösségeket*
- *ellenőrizzük, hogy teljesül-e rájuk a szigorú feltétel*

Szigorú közösségek

Definíció

- $k = 3$
- *megkeressük a k-klikk közösségeket*
- *ellenőrizzük, hogy teljesül-e rájuk a szigorú feltétel*
- *ha igen, berakjuk a megtalált közössékegbe és elhagyjuk a klikkeket*

Szigorú közösségek

Definíció

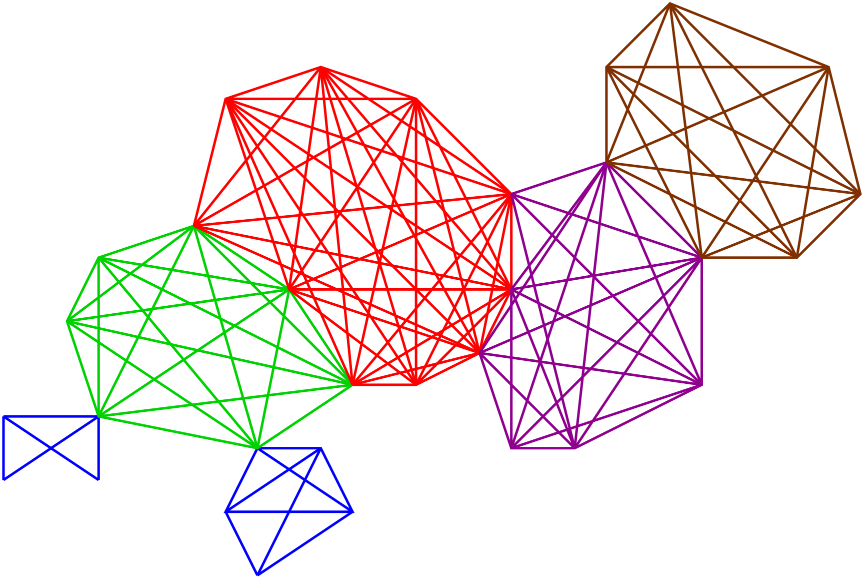
- $k = 3$
- *megkeressük a k-klikk közösségeket*
- *ellenőrizzük, hogy teljesül-e rájuk a szigorú feltétel*
- *ha igen, berakjuk a megtalált közösségekbe és elhagyjuk a klikkeket*
- *növeljük k-t eggyel és újra kezdjük*

Szigorú közösségek

Definíció

- $k = 3$
- *megkeressük a k-klikk közösségeket*
- *ellenőrizzük, hogy teljesül-e rájuk a szigorú feltétel*
- *ha igen, berakjuk a megtalált közössékegbe és elhagyjuk a klikkeket*
- *növeljük k-t eggyel és újra kezdjük*

Alkalmazva gyógyszer molekulákra, ill. élesztő gombák egy csoportjára, sokkal jobb eredményt kapunk.



Tartalom

Új módszer

Stijn van Dongen
Graph Clustering by Flow Simulation
PhD thesis, University of Utrecht, May 2000.
`http://www.micans.org/mcl/`

Új módszer

Stijn van Dongen
Graph Clustering by Flow Simulation
PhD thesis, University of Utrecht, May 2000.
`http://www.micans.org/mcl/`

Definíció

A gráf minden pontjából indítunk egy véletlen sétát.

Új módszer

Stijn van Dongen
Graph Clustering by Flow Simulation
PhD thesis, University of Utrecht, May 2000.
`http://www.micans.org/mcl/`

Definíció

A gráf minden pontjából indítunk egy véletlen sétát. Két pont akkor lesz egy csoportban, ha egyikből elég nagy valószínűséggel eljut egy véletlen séta a másikba.

Új módszer

Stijn van Dongen
Graph Clustering by Flow Simulation
PhD thesis, University of Utrecht, May 2000.
`http://www.micans.org/mcl/`

Definíció

A gráf minden pontjából indítunk egy véletlen sétát. Két pont akkor lesz egy csoportban, ha egyikből elég nagy valószínűséggel eljut egy véletlen séta a másikba.

Klikken belül nyilván eljutunk minden pontba, de ha két klikk metszete kicsi, akkor nehéz átjutni.

Új módszer

Stijn van Dongen
Graph Clustering by Flow Simulation
PhD thesis, University of Utrecht, May 2000.
`http://www.micans.org/mcl/`

Definíció

A gráf minden pontjából indítunk egy véletlen sétát. Két pont akkor lesz egy csoportban, ha egyikből elég nagy valószínűséggel eljut egy véletlen séta a másikba.

Klikken belül nyilván eljutunk minden pontba, de ha két klikk metszete kicsi, akkor nehéz átjutni.

Markov láncokkal elég jól számolható.

VÉGE