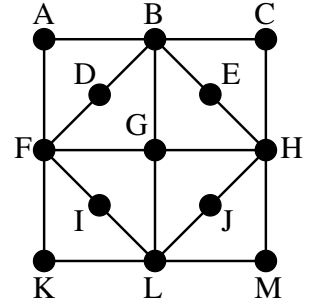


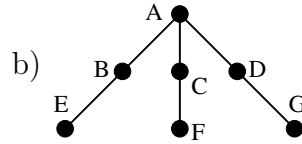
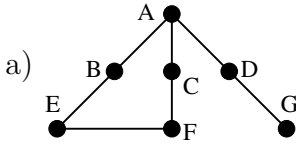
1. Intervallumgráf-e egy öt csúcű út, egy öt csúcű kör, illetve egy négy csúcű kör?

2. a) Adjunk meg a jobbra látható gráfban egy maximális párosítást. (ZH, 2020. június 3.)

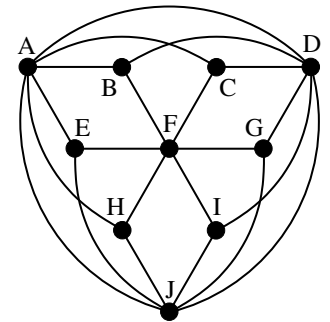
b) Határozzuk meg $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét is a jobbra látható gráfra és adjunk meg egy maximális független csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt.



3. Döntsük el, hogy az alábbi gráfok intervallumgráfok-e. (ZH, 2015. április 23.)



4. Határozzuk meg $\nu(G)$, $\alpha(G)$, $\tau(G)$ és $\varrho(G)$ értékét a jobbra látható G gráfra és adjunk meg egy maximális független élhalmazt és csúcshalmazt, valamint egy minimális lefogó csúcshalmazt és élhalmazt. (ZH, 2015. május 4. alapján)



5. A $2n$ pontú G egyszerű gráfban minden pont foka legalább n . Bizonyítsuk be, hogy G -ben van teljes párosítás.

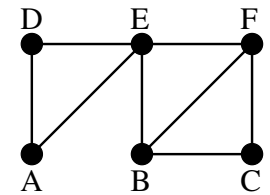
6. A 20 csúcű G gráf élei közül bárhogyan is választunk ki 8-at, G -nek mindig van olyan csúcű, amire legalább kettő illeszkedik a kiválasztott élek közül. Mutassuk meg, hogy ekkor bárhogyan választunk ki G élei közül 12-t, G -nek mindig van olyan csúcű, amire egy sem illeszkedik a kiválasztott élek közül. (ZH, 2021. május 27.)

7. Bizonyítsuk be, hogy az n csúcű, hurokélmentes G gráfban fennállnak az alábbi összefüggések.

- a) $\chi(G) + \alpha(G) \leq n + 1$ b) $\chi(G) \cdot \alpha(G) \geq n$

8. Intervallumgráf-e a jobbra látható gráf? (ZH, 2018. május 14.)

9. Legyen G a számegegyenes következő zárt intervallumai által meghatározott intervallumgráf: $[1; 3]$, $[2; 4]$, $[8; 11]$, $[5; 11]$, $[4; 9]$, $[1; 6]$, $[2; 7]$, $[10; 11]$. Határozzuk meg a G gráf $\chi(G)$ kromatikus számát és $\omega(G)$ klikkszámát.



10. A G gráf csúcűshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, \dots, 60\}$. Az $x, y \in V(G)$ csúcűk akkor legyenek szomszédosak G -ben, ha $x \neq y$ és $x \cdot y$ osztható 6-tal. Határozzuk meg $\nu(G)$, vagyis a G -beli független élek maximális számának értékét. (ZH, 2009. március 23.)

11. A $2k + 1$ pontú, egyszerű G gráfban minden pont foka legalább $k + 1$. Mennyi $\nu(G)$, a független élek maximális számának értéke? (ZH, 2003. május 13.)

12. Egy adott intervallumrendszerhez tartozó intervallumgráf kromatikus száma 10. Mutassuk meg, hogy ha az intervallumrendszerből törölünk néhány olyan intervallumot, melyek közt semelyik háromnak nincs közös pontja, akkor a visszamaradó intervallumrendszerhez tartozó intervallumgráf kromatikus száma legalább 8. (ZH, 2014. március 20.)

13.a) Legyen M egy maximális párosítás a G egyszerű gráfban és álljon az X csúcűshalmaz az M -beli élek végpontjaiból. Bizonyítsuk be, hogy X lefogó ponthalmaz.

b) Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű G gráfban $\tau(G) \leq 2\nu(G)$ teljesül.

14. A 101 csúcű G gráf egy 50 pontú és egy 51 pontú körből készült úgy, hogy az egyik kör minden csúcűsát összeköttöttük a másik kör minden csúcűsával. Határozzuk meg $\alpha(G)$ és $\varrho(G)$ értékét.

15. Igaz-e, hogy minden G egyszerű gráfnak van olyan színezése $\chi(G)$ színnel, melyben (legalább) az egyik színosztály $\alpha(G)$ csúcűsot tartalmaz?