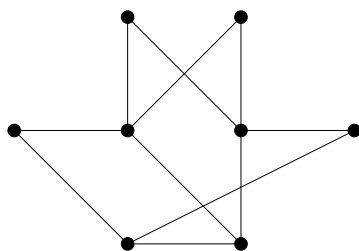
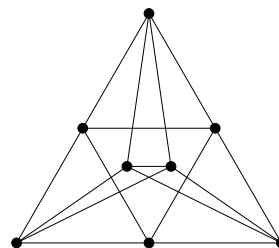


1. Páros gráf-e az alábbi gráf?

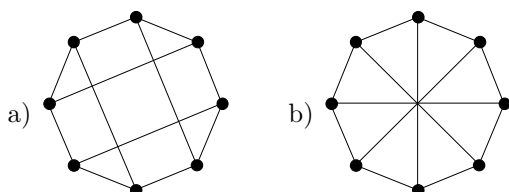


2. Mennyi az alábbi gráf kromatikus száma? (Jegyzet 1.9. Feladat, ZH 2005. március 31.)



3. A  $G$  gráf csúcsai legyenek az 1 és 1000 közé eső természetes számok. Két különböző csúcsot akkor kössünk össze, ha a különbségük legfőbb 9. Mennyi a  $G$  kromatikus száma? (Jegyzet 1.13. Feladat)

4. Páros gráfok-e az alábbiak?



5. Egy szabályos nyolcszögnek behúzzuk az összes legrövidebb átlóját. Határozzuk meg a kapott (8 csúcsú, 16 élű) gráf klikkszámát és kromatikus számát. (ZH, 2014. március 20. nyomán)

6. Egy gráf csúcsai legyenek a sakktábla mezői, két csúcsot él köt össze, ha a megfelelő mezők egy sorban vagy egy oszlopban vannak. Határozzuk meg a gráf kromatikus számát.

7. A  $G$  gráf csúcshalmaza legyen a  $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  halmaz. Egy  $x \in V(G)$  csúcs akkor legyen szomszédos az  $y \in V(G)$  csúccsal, ha  $x \neq y$  és  $100 \leq x \cdot y \leq 400$ . Határozzuk meg  $\chi(G)$  értékét. (ZH, 2003. május 22.)

8. Egy sakktáblán 7 huszár áll úgy, hogy mindegyik legalább két másikat tud ütni. Mutassuk meg, hogy van közöttük olyan, amelyik három másikat is tud ütni. (ZH, 2010. március 25.)

9. A  $G$  egyszerű gráfban 100 darab kivételes ponttól eltekintve minden pont foka legfőbb 99. Bizonyítsuk be, hogy  $\chi(G) \leq 100$ .

10. Határozzuk meg az összes olyan  $n$  csúcsú, egyszerű  $G$  gráfot, amelyre  $\chi(G) = 3$ , de bárhogy hagyunk el  $G$ -ből egy csúcsot (az élével együtt), a kapott  $G'$  gráfra  $\chi(G') = 2$ . (ZH, 2003. május 13.)

11. Határozzuk meg az összes olyan 6 csúcsú, egyszerű  $G$  gráfot, melynek kromatikus száma 2, de bármely (korábban nem szereplő) éllet behúzva a kromatikus szám már 3.

12. A  $G$  gráf csúcshalmaza legyen  $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ . Két különböző csúcs akkor legyen szomszédos  $G$ -ben, ha a megfelelő két szám közül az egyik osztója a másiknak. Határozzuk meg  $G$  kromatikus számát,  $\chi(G)$ -t. (ZH, 2009. május 20.)

13. A  $G$  gráf csúcshalmaza legyen  $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 9999\}$ . Tegyük fel, hogy  $G$  minden csúcsa a nála kisebb számok közül legfőbb tízzel szomszédos. Bizonyítsuk be, hogy  $\chi(G) \leq 11$ .

14. Bizonyítsuk be, hogy minden  $e$  élű  $G$  egyszerű gráfra  $e \geq \binom{\chi(G)}{2}$ .

15. A  $G$  gráf csúcsai legyenek az  $u_1, u_2, \dots, u_{2003}, v_1, v_2, \dots, v_{2004}$  pontok.  $G$  feszített részgráfja az  $u_i$  pontokon egy 2003, a  $v_i$  pontokon pedig egy 2004 hosszúságú kör. Ezen kívül  $u_i$  és  $v_j$  össze van kötve egymással minden lehetséges  $i, j$  értékpár esetén. Mennyi a  $G$  gráf kromatikus száma? (ZH, 2004. március 25.)

16. A  $G$  gráf csúcsai legyenek a 30-nál nem nagyobb pozitív egészek, két csúcs pedig pontosan akkor legyen szomszédos  $G$ -ben, ha a megfelelő egészek relatív prímek. Határozzuk meg  $G$  kromatikus számát.

17. Határozzuk meg az  $n$  csúcsú kör komplementerének kromatikus számát.

18. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges  $e$  élű egyszerű gráf élei közül elhagyható legfőbb  $\frac{e}{2}$  úgy, hogy a maradék gráf páros gráf legyen.