Bevezetés a Számításelméletbe II.
Öt és feledik gyakorlat, 2022. március 26.

1. A tíz csúcsú G teljes gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$. Minden $1 \leq i < j \leq 10$ esetén az $\{i, j\}$ él súlya az i és j értékek közül a nagyobb. Adjunk meg G-ben egy minimális összsúlyú feszítőfát.

---

2. A tíz csúcsú G teljes gráf csúcshalmaza legyen $V(G) = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$. Minden $1 \leq i < j \leq 10$ esetén az $\{i, j\}$ él súlya legyen $\left\lfloor \frac{2j-i}{3} \right\rfloor$ (ahol a $\lfloor\ \rfloor$ alsó egészrészt jelöl). Adjunk meg G-ben egy minimális összsúlyú feszítőfát. (ZH, 2021. május 18.)

3. Egy élsúlyozott, összefüggő G gráfban minden él súlya legföljebb 100. Tudjuk, hogy G-ben van olyan minimális összsúlyú feszítőfa, ami tartalmaz 100 súlyú élt. Mutassuk meg, hogy ekkor G minden (nem feltétlen minimális összsúlyú) feszítőfája is tartalmaz 100 súlyú élet.

4. a) Legyen G összefüggő, egyszerű gráf és $w : E(G) \to \mathbb{R}$ súlyfüggvény G élein. Tegyük fel, hogy G-ben az e él egyik végpontja v és a v-re illeszkedő minden f élre $w(e) \leq w(f)$ teljesül. Mutassuk meg, hogy G-nek van olyan minimális összsúlyú feszítőfája, ami tartalmazza e-t. (ZH, 2015. március 19.)

b) Legyen G összefüggő gráf és $w : E(G) \to \mathbb{R}$ súlyfüggvény G élein. Legyen továbbá C egy kör G-ben és e a C egy éle. Tegyük fel, hogy a C kör minden f élére $w(f) \leq w(e)$ teljesül. Mutassuk meg, hogy G-nek van olyan minimális összsúlyú feszítőfája, ami nem tartalmazza e-t. (ZH, 2015. május 4.)

5*. Legyen G összefüggő gráf és $w : E(G) \to \mathbb{R}$ súlyfüggvény G élein. Mutassuk meg, hogy G minden (w-re nézve) minimális összsúlyú feszítőfája megkapható, mint a Kruskal-algoritmus egyik lehetséges futásának az eredménye.