

1. Egy fagyizóban 26 féle fagyit árulnak: **Ananász**, **Banán**, **Citrom**,...**Zöldalma**. Hányféleképpen adhat a kiszolgáló fagyit egy vendégnek, ha az alábbi kérései vannak (de minden mást a kiszolgálóra bíz)?

- 5 gombócot kér tölcsérbe; azt az egyet köti ki, hogy ne 5 ugyanolyan gombócot kapjon.
- Egy gombóc **A**-t, egy **B**-t, két **C**-t és három gombóc **D**-t kér tölcsérbe.
- 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de ne legyen közte **Fahéj**.
- 5 különböző gombócot kér helyben fogyasztásra, tányérra, de ne legyen közte **Fahéj**.
- 5 tetszőleges gombócot kér helyben fogyasztásra, tányérra, de ne legyen közte **Fahéj**.

2. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét (két tizedesjegy pontossággal). (ZH, 2010. november 25.)

$$\log_2 \left[ \binom{101}{0} + \binom{101}{1} + \binom{101}{2} + \dots + \binom{101}{50} \right]$$

3. Hányféleképp adhat a kiszolgáló fagyit az 1. feladat fagyizójában, ha a vendégnek az alábbi kérései vannak?

- 5 különböző gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte **Mangó**.
- 5 tetszőleges gombócot kér tölcsérbe, de legyen közte (legalább egy) **Licsi**.
- 5 különböző gombócot kér tányérra, de legyen közte **Spenót**.
- 5 tetszőleges gombócot kér tányérra, de legyen közte (legalább egy) **Répa**.

4. Egy gimnáziumban 16 osztály van, az osztálylétszám mindenütt 40. Mindegyik osztály 5 tagú küldöttséget küld az iskolai diákbizottságba. Hányféle lehet a diákbizottság összetétele?

5. a) Egy számkombinációs zár 6 különböző, 1 és 30 közötti szám begépelésével nyitható ki. Tudjuk, hogy a kódban a számok növekvő sorrendben vannak. Hány próbálkozással lehet a zárat biztosan kinyitni (vagyis hány ilyen kód készíthető)?

b) Hány próbálkozással van szükség akkor, ha a számkombinációban a számok nem feltétlen különbözők (és így kód szomszédos tagjai lehetnek egyenlők is), de egyébként minden feltétel azonos?

6. Hány olyan 12 hosszúságú betűsorozat készíthető az angol abécé 26 betűjéből, amelyben pontosan 4 darab **X** és 3 darab **Y** betű szerepel? (ZH, 2015. március 19.)

7. Adjuk meg az alábbi kifejezés értékét (két tizedesjegy pontossággal). (ZH, 2010. december 15.)

$$\log_2 \left[ 1 \cdot \binom{32}{1} + 2 \cdot \binom{32}{2} + 3 \cdot \binom{32}{3} + \dots + 31 \cdot \binom{32}{31} + 32 \cdot \binom{32}{32} \right]$$

8. Hányféleképp adhat a kiszolgáló fagyit az 1. feladat fagyizójában, ha a vendégnek az alábbi kérései vannak?

- 5 különböző fajta gombócot kér tölcsérbe, de legfelül és legalul ne legyen **Banán**.
- Egy gombóc **A**-t, két-két gombóc **B**-t és **C**-t és négy gombóc **D**-t kér, mindezt egyetlen tölcsérbe.
- 5 különböző gombócot kér tányérra, de ha van közte **Gomba**, akkor ne legyen **Narancs**.
- 5 tetszőleges gombócot kér tányérra, de legyen közte **Körte** vagy **Pisztácia** (vagy mindkettő).
- Tetszőleges számú, de csupa különböző gombócot kér tányérra. (Ebbe akár az is belefér, hogy mind a 26 fajta fagyiból kap egy-egy gombócot, de még akár az is, hogy egy üres tányért kap.)

9. Hány olyan Neptun-kód készíthető, amely pontosan három betűt és három számjegyet tartalmaz és a kódban szereplő betűk mind különbözők? (Egy Neptun-kód egy olyan hat karakterből álló sorozat, amelynek minden tagja az angol abécé 26 betűjének valamelyike vagy a 10 számjegy egyike.) (ZH, 2018. május 23.)

10. Margit néni szenvedélyesen ötöslottózik, minden héten 20 szelvényvel játszik. (Az ötöslottóban egy szelvényen 1 és 90 között 5 különböző számot kell beikszelni.) Hányféleképpen töltheti ki egy héten a szelvényeit

- ha arra azért vigyáz, hogy két szelvényt ne töltsön ki ugyanúgy;
- ha teljesen vaktában tölti ki a szelvényeket;
- vigyáz rá, hogy két szelvényt ne töltsön ki ugyanúgy és emellett még arra is, hogy a 7 pontosan 7 szelvényen szerepeljen?

11. 10 házaspár elment tangózni. Hányféleképpen alkothattak 10 táncospárt, ha mindenki ellenkező neművel táncolt és a 10 táncospár közül pontosan 7 tagjai alkottak egyben házaspárt is? (ZH, 2015. május 20.)

12. Írjuk le nagyon kevés tintával.

$$\text{a) } \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots \pm \binom{n}{n} = \quad \text{b) } \binom{10}{0} \binom{90}{30} + \binom{10}{1} \binom{90}{29} + \dots + \binom{10}{10} \binom{90}{20} =$$

13. a) Döntsük el, hogy egy 101 elemű halmaznak páros vagy páratlan elemű részhalmaza van-e több.

b) Oldjuk meg a feladatot 100 elemű halmazra is.