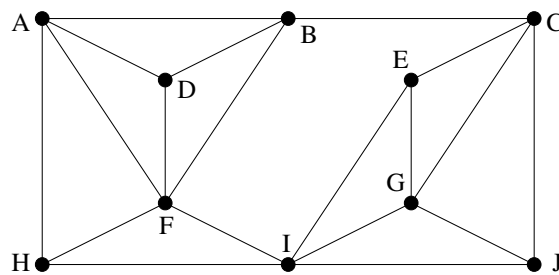


1. Határozzuk meg az alábbi értékeket az ábrán látható gráfban, azaz határozzuk meg, hogy maximálisan hány páronként éldiszjunkt út adható meg az alábbi pont-párok között.

a) $\lambda(B, I)$ b) $\lambda(A, J)$ c) $\lambda(B, H)$



2. Határozzuk meg az alábbi értékeket is az 1. feladat grájában.

a) $\lambda(B, G)$ b) $\lambda(A, I)$ c) $\lambda(I, C)$ d) $\lambda(B, C)$

3. Bizonyítsuk be, hogy ha a G irányított gráfban van u -ból v -be is és v -ből w -be is k darab páronként éldiszjunkt irányított út, akkor G -ben létezik u -ból w -be is k darab páronként éldiszjunkt irányított út.

4. a) Legyen G egy 100 élű, irányítatlan gráf és $x, y \in V(G)$ különböző csúcsok. Tudjuk, hogy bárhogyan választunk G -ben $e, f \in E(G)$ éleket, G -ben van olyan út, amely x -ből y -ba vezet és nem tartalmazza sem e -t, sem f -et. Mutassuk meg, hogy ekkor x -ből y -ba vezet olyan út, amelynek hossza (éleinek száma) legfeljebb 33. (ZH, 2007. március 29. alapján)

b) Mutassuk meg, hogy ha 100 élű helyett egy 100 csúcsú gráfot tekintünk, akkor már nem feltétlenül lesz ilyen út.

5. A 15 pontú G gráf egy 4 pontú, egy 5 pontú és egy 6 pontú körből készült úgy, hogy az 5 pontú kör minden csúcsát összeköttöttük (egyetlen éllel) a másik két kör minden csúcsával. Legyen s a 4 pontú kör egyik csúcsa, t pedig a 6 pontú kör egyik csúcsa. Határozzuk meg $\lambda(s, t)$ értékét. (ZH, 2012. április 19. alapján)

6. A G gráfnak létezik olyan csúcsa, melyből bármely más csúcsba vezet három páronként éldiszjunkt út. Mutassuk meg, hogy G bármely két csúcsa között van három páronként éldiszjunkt út. (ZH, 2012. május 15.)

7. Legyen G egy hurokélmentes, irányítatlan gráf és $s \in V(G)$ egy rögzített csúcs. Jelölje minden $v \in V(G)$, $v \neq s$ esetén $\lambda(v)$ az s -ből a v -be vezető, páronként éldiszjunkt utak maximális számát. Tegyük fel, hogy valamely $t \in V(G)$ csúcsra $\lambda(t) = 10$, de minden $v \in V(G)$, $v \neq s, t$ esetén $\lambda(v) > 10$. Mutassuk meg, hogy ekkor t foka 10. (ZH, 2013. május 16.)

8. A legalább négy pontú G gráf bármely két, nemszomszédos pontja között található G -ben három, páronként éldiszjunkt út. Mutassuk meg, hogy G -nek bármely két szomszédos pontja között is található három, páronként éldiszjunkt út. (ZH, 2013. április 25.)

9. Egy játékban rozoga hidakon keresztül szeretnénk a zsákmányunkat elszállítani egy adott s pontból egy adott t pontba, azonban egyszerre legfeljebb 1 egységnyi zsákmányt vihetünk magunkkal. Minden hídhoz tartozik egy 1 és 10 közötti egész szám, amely megadja, hogy összesen hányszor lehet rajta átkelni (bármelyik irányban): ha ennél többször próbálunk meg áthaladni rajta, akkor a híd biztosan leszakad. Adjunk hatékony algoritmust annak meghatározására, hogy legfeljebb hány egységnyi zsákmányt tudunk eljuttatni s -ből t -be, ha akárhányszor fordulhatunk, de a zsákmány nélküli visszaút is ugyanúgy beleszámít a hídhasználatba.