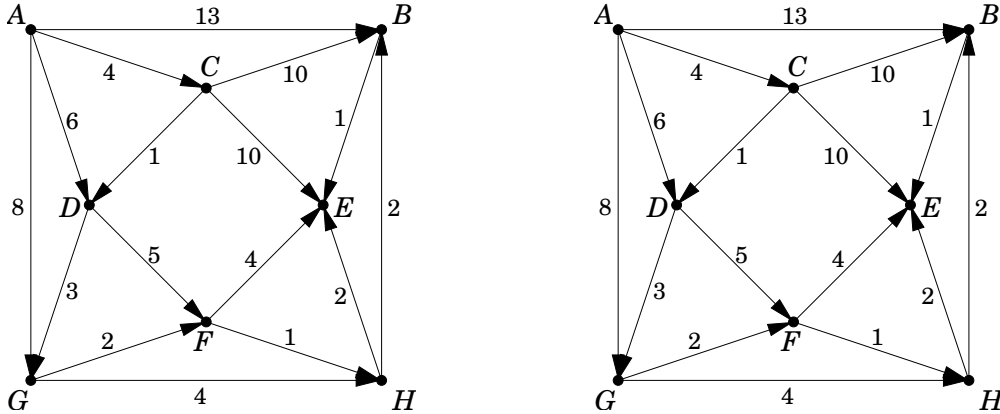


1. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását az A , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.

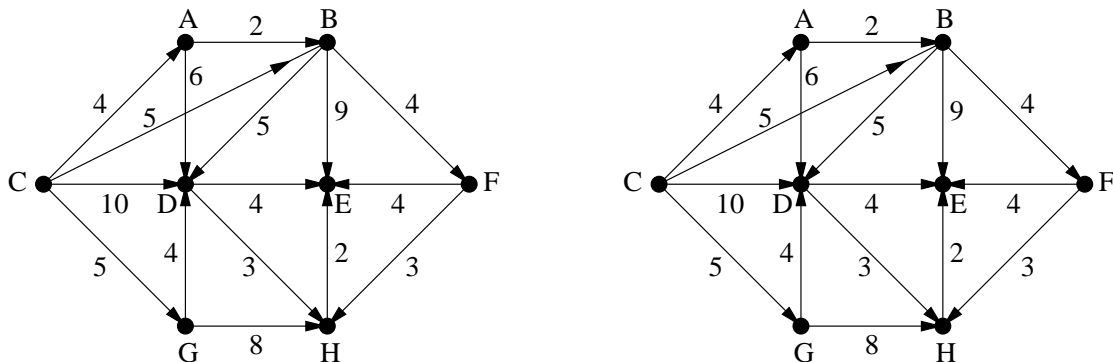


2. a) Hajtsuk végre az alább (két azonos példányban) látható irányított gráf egy-egy mélységi bejárását a C , illetve a G csúcsokból indítva. Határozzuk meg a mélységi és befejezési számokat és adjuk meg a kapott DFS-erdőket is.

b) Döntsük el, hogy a gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét.

c) Számítsuk ki a C csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.

(~ Jegyzet 6.6. Feladat)



3. A 6 pontú G egyszerű, irányítatlan, összefüggő gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a $d(v)$ mélységi, illetve az $f(v)$ befejezési számok láthatók jobbra.

| | v | x | y | z | u | w |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $d(v)$ | 1 | 2 | 6 | 3 | 4 | 5 |
| $f(v)$ | 6 | 4 | 5 | 3 | 1 | 2 |

a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó DFS-fa éleit.

b) Legalább, illetve legföljebb hány éle lehet G -nek?

4. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő gráf. Igaz-e, hogy

a) G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?

b) G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása valamelyik csúcsból, amelyben f faél?

c) G minden f éléhez van G -nek olyan mélységi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?

d) G minden f éléhez van G -nek olyan szélességi bejárása minden csúcsból, amelyben f faél?

e) G minden F feszítőfájához van G -nek olyan mélységi bejárása, amelyben F minden éle faél?

f) G minden F feszítőfájához van G -nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

5. Legyen G egy irányítatlan, összefüggő, 10 csúcsú, 10 élű gráf. Mutassuk meg, hogy G bármely feszítőfája előáll G egy (alkalmas csúcsból indított mélységi kereséshez tartozó) DFS-fajaként.

6. Mutassuk meg, hogy minden hurokmentes irányított gráf élhalmaza felbontható két diszjunkt részre úgy, hogy egyik sem tartalmaz irányított kört.