

Bevezetés a számításelméletbe II. vizsgatételek
2024/2025. tanév, második félév

1. Gráfelméleti alapfogalmak: **gráf, egyszerű gráf, komplementer gráf, izomorfia, részgráf, feszített részgráf, élsorozat, séta, út, kör, összefüggő gráf, (összefüggő) komponens. Szélességi bejárás (BFS), annak lépésszáma.**
2. **Fa fogalma**, fák egyszerű tulajdonságai. **Feszítőfa fogalma**, annak létezése. Minimális összszúlyú feszítőfa, **Kruskal algoritmus**a.
3. **Hamilton-körök és -utak**. Szükséges feltétel Hamilton-kör/-út létezésére. Elégséges feltételek: Dirac és Ore tétele. **Euler-séták és -körséták**, ezek létezésének szükséges és elégséges feltétele.
4. Gráfok színezése, $\chi(G)$ és $\omega(G)$ fogalma. Reláció $\chi(G)$ és $\omega(G)$ között, háromszöget nem tartalmazó gráfok kromatikus számának lehetséges értékei. Mohó színezés. $\chi(G)$ viszonya $\Delta(G)$ -hez. Intervallumgráfok, algoritmus ezek optimális színezésére. **Páros gráf fogalma**, kapcsolat a páratlan körökkel.
5. **Párosítás fogalma. Független élhalmaz, lefogó élhalmaz, független ponthalmaz, lefogó ponthalmaz**, illetve $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\alpha(G)$ és $\tau(G)$ fogalmi, ezek egymással való kapcsolatai. Gallai tétele.
6. Párosítások páros gráfban, **a javítóutas algoritmus, König, Hall és Frobenius tételei**.
7. Teljes párosítás létezése reguláris páros gráfban. Gráfok élszínezése, $\chi_e(G)$ fogalma és viszonya $\Delta(G)$ -hez. Vizing-tétel (biz. nélkül), König tétele a páros gráfok élkromatikus számáról.
8. Hálózat, **folyam és st-vágás fogalma, folyam értéke, vágás kapacitása. Algoritmus maximális folyam és minimális vágás megkeresésére, Ford-Fulkerson tétel, Edmonds-Karp tétel (biz. nélkül). Egészértékűségi lemma.**
9. A folyamprobléma általánosításai. **Menger pontpárok közötti éldisjunkt és pontdiszjunkt utak létezésére vonatkozó tételei irányított és irányítatlan gráfban** (a pontdiszjunkt esetekben bizonyítás nélkül). Éldisjunkt utak létezésének eldöntése (irányított és irányítatlan gráfban) folyamok segítségével.
10. **Többszörös összefüggőség és élösszefüggőség**, illetve $\kappa(G)$ és $\lambda(G)$ fogalma, Menger ezekre vonatkozó tételei (a pontösszefüggőség és $\kappa(G)$ esetében bizonyítás nélkül). A legrövidebb út feladat, **konzervatív súlyfüggvény fogalma. A Bellman-Ford algoritmus.**