

1. Az alábbi két C kód mindegyike a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott  $a, b > 0$  egészek összegét számítja ki (persze fölöslegesen bonyolultan). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e. (A  $\text{ceil}(b/2.0)$  a  $\frac{b}{2}$  felső egészrészét, míg  $\text{floor}(b/2.0)$  a  $\frac{b}{2}$  alsó egészrészét adja vissza.)

```
while (b > 0) {
    a = a+1;
a)   b = b-1;
}
printf("Összeg: %d", a);

while (b > 0) {
    a = a + ceil(b/2.0);
b)   b = floor(b/2.0);
}
printf("Összeg: %d", a);
```

2. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad  $3^{45}$  79-cel osztva?
- b) Mi 673 és 101 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $101x \equiv 3 \pmod{673}$  kongruencia?

3. A jobbra látható C kód a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott  $n$  pozitív egész négyzetét számítja ki. Tegyük fel, hogy a kód végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az „írásbeli” összeadás és kivonás segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárás polinomiális-e. (ZH, 2018. október 18.)

```
x = n; y = 0;
while (x > 0) {
    x = x-1;
    y = y+n;
}
printf("Eredmény: %d", y);
```

4. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad  $3^{169}$  91-gyel osztva?
- b) Mi 346 és 158 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $119x \equiv 2 \pmod{514}$  kongruencia?

5. Az alábbi C kódok közül az első  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ -t, a második  $\lfloor \log_2 n \rfloor$ -t számítja ki bármely bemenetként (10-es számrendszerben) kapott  $n > 0$  egész esetén (ahol a  $\lfloor \cdot \rfloor$  alsó egészrészt jelöl). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e.

```
x = 0; y = 0;
while (y <= n) {
a)   x = x+1;
    y = x*x;
}
printf("Eredmény: %d", x-1);

x = 0; y = 1;
while (y <= n) {
b)   x = x+1;
    y = 2*y;
}
printf("Eredmény: %d", x-1);
```

6. Az előadáson tanult megfelelő algoritmusok alkalmazásával oldjuk meg az alábbi feladatokat. A megoldáshoz (kivételesen) használjunk számológépet.

- a) Milyen maradékot ad  $5^{300}$  623-mal osztva?
- b) Mi 352 és 155 legnagyobb közös osztója?
- c) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $155x \equiv 7 \pmod{352}$  kongruencia?
- d) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $122x \equiv 5 \pmod{166}$  kongruencia?
- e) Mely  $x$  egészekre teljesül a  $122x \equiv 6 \pmod{166}$  kongruencia?

7. Legyen  $n = 987654321$ . Az előadáson tanult megfelelő algoritmus alkalmazásával határozzuk meg  $98n + 27$  és  $76n + 21$  legnagyobb közös osztóját. (ZH, 2020. december 21.)

8. Bizonyítsuk be, hogy  $561 (= 3 \cdot 11 \cdot 17)$  Carmichael-szám.